

## Abschnitt I

# Kräfte in der Erdkruste

von B. Gutenberg, Frankfurt a. M.

**§ 1. Einleitung.** Als die größten Kraftäußerungen gelten dem Menschen die Erscheinungen, welche bei Naturkatastrophen, etwa Erdbeben oder vulkanischen Vorgängen, vor sich gehen. Noch viel gewaltiger müssen die Kräfte sein, welche in den Epochen großer Umwälzungen der Erdoberfläche die Gebirge aufgetürmt haben. Schon frühzeitig suchte man nach den Kraftquellen, welche derartige Leistungen zu erzielen vermögen, und sah in der Erdwärme die Energiequelle für diese Erscheinungen. Aber erst E. SUSS führte in seinem genialen Werk „Das Antlitz der Erde“ die „Kontraktionstheorie“ durch, nach welcher bei der Abkühlung und Schrumpfung der Erde die notwendigen Energien frei werden, und machte mehrere Jahrzehnte lang die ganz überwiegende Zahl der Forscher zu seinen unbedingten Anhängern. In den letzten Jahren begann allerdings die Zahl derjenigen, welche an diesem Grundgedanken zweifelten, zu wachsen, nachdem einmal festgestellt worden war, daß die Wärmeentwicklung beim Zerfall radioaktiver Substanzen die Ausstrahlung in den Weltraum möglicherweise deckt, ja nach Ansicht einzelner Gelehrter (JOLY) sogar übersteigt, nachdem andererseits eine ganze Reihe von Kräften festgestellt wurden, welche zum Teil für sich allein erhebliche Wirkungen hervorbringen, zum Teil wenigstens lokal die Veränderungen der Erdkruste beeinflussen können.

Man kann diese Kräfte in zwei große Gruppen teilen: in solche, die dauernd wirken und sich im Laufe der Zeit höchstens langsam ändern, und in solche, welche nur verhältnismäßig kurze Zeit wirksam sind. Zu der ersten Gruppe gehören vor allem die Kräfte, welche durch Änderungen der Temperatur im Erdinnern bedingt sind, dann Kräfte, welche bei der Rotation der Erde entstehen — hierher gehören Kräfte durch Polverlagerungen und gewisse Westdriftkräfte —, ferner Kräfte durch die Abweichungen vom hydrostatischen Gleichgewicht, darunter die „Polfluchtkraft“, schließlich Kräfte, welche mit den Gezeiten zusammenhängen. Der zweiten Gruppe sind vor allem die Kräfte zuzurechnen, welche bei chemischen und physikalischen Vorgängen im Erdinnern entstehen, ferner durch atmosphärische Vorgänge (z. B. Luftdruckänderungen), durch Abtragung und Sedimentation, durch Belastung bei Gletscherbildung und Entlastung beim Abschmelzen des Eises, durch wechselnde Belastung infolge der Veränderung des Gewichtes der Vegetation und manche andere ähnliche Ursachen, schließlich auch durch die Veränderungen der Erdkruste durch den Menschen.

## Kapitel I

### Dauernd wirkende Kräfte

**§ 2. Kräfte bei Temperaturänderungen in der Erde.** Zweifellos war die Erde in den ersten Epochen nach ihrer Entstehung wesentlich wärmer als heute, sie hat sich zunächst außen stark abgekühlt (vgl. Bd. 2 des Handbuches), das Gebiet größter Temperaturänderung wanderte dann immer tiefer; heute ändert

sich die Temperatur der äußersten Teile der Erdkruste nicht mehr wesentlich, andererseits ist in großen Tiefen, wie die Theorie der Abkühlung zeigt, die Temperaturänderung bis heute noch nicht merklich. Es besteht also irgendwo ein Gebiet, in dem die Temperaturänderung ein Maximum erreicht. Nun ist jede Temperaturänderung von einer Volumenänderung begleitet, die ihrerseits wieder zu Spannungen Anlaß gibt. Wir müssen also damit rechnen, daß sich eine Niveaufläche maximaler Temperaturänderung, die gleichzeitig auch eine Fläche maximaler Volumenänderung ist, im Laufe der Zeit nach dem Erdmittelpunkte zu verlagert. Die hierbei entstehenden Spannungen müssen mit gewisser Annäherung oberhalb dieser Fläche nach unten, unterhalb der Fläche nach oben gerichtet sein; *in der Nähe der Fläche maximaler Temperaturänderung müßte also eine spannungslose Fläche liegen*, von der ab die Spannung nach oben und unten mit entgegengesetztem Vorzeichen zunimmt, je ein Maximum erreicht und dann einerseits nach der Erdoberfläche, andererseits nach dem Erdmittelpunkt auf 0 abnimmt. Analoges würde übrigens auch im Prinzip gelten, wenn sich die Erdkruste, etwa durch Wärmeentwicklung beim Zerfall radioaktiver Substanzen, erwärmen würde.

Eine Abschätzung der in Frage kommenden Größen rührt von H. JEFFREYS<sup>1)</sup> her. Er betrachtete unter der Voraussetzung, daß das Erdinnere kristallin ist, eine Schale von der Dicke  $dr$  im Abstand  $r$  vom Erdmittelpunkt. Ihr linearer Ausdehnungskoeffizient sei  $n(r)$ , ihre Dichte  $\rho$ , die Temperaturänderung  $\Delta T(r)$ . Durch diese Temperaturänderung gehe der Radius  $r$  über in  $r(1 + \alpha)$ , dann geht die Schichtdicke  $dr$  über in

$$dr \left( 1 + \frac{\partial(r\alpha)}{\partial r} \right).$$

Die Dichte der Schale wird  $\rho [1 - 3(\Delta T)n]$ , ihre Masse

$$\begin{aligned} & 4\pi r^2 (1 + \alpha)^2 dr \left\{ 1 + \frac{\partial(r\alpha)}{\partial r} \right\} \rho [1 - 3(\Delta T)n] \\ &= 4\pi r^2 \rho dr \left[ 1 + 2\alpha + \frac{\partial(r\alpha)}{\partial r} - 3(\Delta T)n \right] + \text{Glieder höherer Ordnung.} \end{aligned}$$

Eine Änderung der ursprünglichen Masse  $4\pi r^2 \rho dr$  kann nicht eintreten, also ist unter Vernachlässigung der Glieder höherer Ordnung

$$2\alpha + \frac{\partial(r\alpha)}{\partial r} - 3(\Delta T)n = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

Damit sich die Schale auch weiterhin dem Innern anpaßt, muß sich ihr Radius um  $(\Delta r) = r\alpha - r(\Delta T)n = r[\alpha - (\Delta T)n]$  ändern. Setzen wir

$$\alpha - (\Delta T)n = k, \quad \text{wo also} \quad (\Delta r) = rk \quad \dots \dots \dots (2)$$

so erhalten wir

$$\frac{\partial(kr^3)}{\partial r} = -r^3 \frac{\partial[(\Delta T)n]}{\partial r} \quad \dots \dots \dots (3)$$

Im Erdmittelpunkt ist nur eine Volumenänderung, keine solche Verschiebung vorhanden, so daß  $k$  mit  $r$  auf 0 abnimmt. Nach (3) wird

$$k = -\frac{1}{r^3} \int_0^r r^3 \frac{\partial[(\Delta T)n]}{\partial r} dr \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$r^3 k = -[r^3(\Delta T)n]_0^r + \int_0^r 3r^2(\Delta T)n dr = -r^3(\Delta T)n + \int_0^r 3r^3(\Delta T)n dr \quad \dots \dots (5)$$

<sup>1)</sup> The Earth, Cambridge 1924.

$k$  läßt sich in den äußeren Teilen der Erdkruste abschätzen. Setzen wir dort in erster Annäherung  $r = r_0$  konstant, so erhalten wir

$$k_0 = -(\Delta T) n + \frac{3}{r_0} \int_0^{r_0} (\Delta T) n dr \dots \dots \dots (6)$$

In der Tiefe  $S = r_0 - r$  ist angenähert, falls wir die Untersuchung nunmehr für einen Halbraum ausführen, da ja doch nur die obersten Schichten der Erde in Frage kommen,

$$k = -(\Delta T) n + \frac{3}{r_0} \int_S^\infty (\Delta T) n dS \dots \dots \dots (7)$$

Die Gesamtverlagerung einer bestimmten Fläche seit ihrer Verfestigung durch Schrumpfung oder Dehnung der Erde sei  $K$ , ihre Temperatur  $T$ , ihre Temperaturänderung wieder  $\Delta T$ , dann ist

$$k = \frac{\partial K}{\partial t} dt \quad \Delta T = \frac{\partial T}{\partial t} dt \dots \dots \dots (8)$$

und Gleichung (7) kann folgendermaßen geschrieben werden:

$$\frac{\partial K}{\partial t} = -n \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{3}{r_0} \int_S^\infty n \frac{\partial T}{\partial t} dS \dots \dots \dots (9)$$

Für  $S = 0$  erhält man die Radiusänderung an der Erdoberfläche; die oben erwähnte spannungslose Fläche ist unter der getroffenen Voraussetzung, daß die Erde kristallin ist, definiert durch  $\partial K : \partial t = 0$ . Der Ausdehnungskoeffizient  $n$  kann angenähert als Funktion der Temperatur  $T$  und zweier Konstanten  $\varepsilon$  und  $\varepsilon'$  dargestellt werden:

$$n = \varepsilon + \varepsilon' T \dots \dots \dots (10)$$

Die Gleichung (9) liefert dann die gesuchte Verlagerung der spannungslosen Fläche im Laufe der Zeit  $t$ , die Verkürzung  $(\Delta r_0)$  des Erdradius sowie die Schrumpfung  $(\Delta O)$  der Erdoberfläche  $O$ . Auf Grund von (2) ist die Änderung  $(\Delta r_0)$  des Erdradius gleich  $r_0 K_0$ . Die Änderung der Oberfläche ist

$$(\Delta O) = 4\pi [r_0 + (r_0 K_0)]^2 - 4\pi r_0^2 = 8\pi r_0^2 K_0 + \text{Glieder höherer Ordnung} = 2OK_0.$$

Wir erhalten somit

$$(\Delta O) = 2 K_0 O \quad (\Delta r) = K_0 r \dots \dots \dots (11)$$

In der Praxis treten nun aber zwei Schwierigkeiten auf: Zunächst kennen wir die Temperatur  $T$  als Funktion der Tiefe nur recht roh, dann haben wir seither angenommen, daß die Erde kristallin sei, während in Wirklichkeit wahrscheinlich nur eine kristalline Kruste vorhanden ist, die mit zunehmender Abkühlung dicker wird. Auch wenn wir von dieser Tatsache zunächst absehen, erhalten wir im günstigsten Falle die Größenordnung der gesuchten Werte.

Für die Änderung der Temperatur mit der Tiefe hat JEFFREYS verschiedene Formeln erhalten (vgl. Bd. 2 des Handbuchs) je nach den Annahmen, die er über die Verteilung der radioaktiven Substanzen im Erdinnern machte. In allen Fällen nahm er an, daß die im Erdinnern vorhandene Wärme plus der durch radioaktive Stoffe erzeugten Wärme lediglich durch Wärmeleitung an die Erdoberfläche gelangt. Er fand dann, daß die radioaktiven Substanzen entweder auf eine kaum mehr als 10 km dicke Rindenschicht verteilt sein müssen, wenn man voraussetzt, daß ihr Anteil in den obersten Schichten konstant wie an der Erdoberfläche sei, darunter 0, oder daß sie sehr schnell mit der Tiefe abnehmen. Allerdings muß man mit der besonders von JOLY behandelten Möglichkeit rechnen, daß nicht nur durch Wärmeleitung, sondern

auch auf anderem Wege Wärme aus dem Erdinnern an die Erdoberfläche und von da in den Weltraum gelangt, etwa in Perioden stärkerer Vulkantätigkeit oder bei noch größeren Katastrophen. Dann ist aber die Menge der radioaktiven Substanzen im Erdinnern größer als JEFFREYS berechnet hat, es wird mehr Wärme durch sie erzeugt, und die Abkühlung geht in ruhigen Perioden langsamer vor sich als unsere Rechnung ergibt, welche sich auf die Ergebnisse von JEFFREYS stützt. Wir müssen demnach die Werte, die wir für die Abkühlung berechnen, als Höchstwerte ansehen. Unter der Voraussetzung, daß die radioaktiven Substanzen nur und zwar in überall gleicher Menge auf eine Schicht mit der Dicke  $H$  verteilt sind, findet man die Temperatur  $T$  in der Tiefe  $x$  in genügender Annäherung nach folgender Beziehung (vgl. Band 2 des Handbuches):

$$T = mx + \left( S - \frac{AH^2}{2k} \right) \Phi \left( \frac{x}{2ht^{1/2}} \right) + \frac{AH^2}{2k} - \gamma \dots \dots \dots (12)$$

wo  $\gamma = 0$  für  $x > H$  und  $\gamma = \frac{A(H-x)^2}{2k}$  für  $x < H$ ,

$S$  = Schmelzpunkt an der Erdoberfläche,

$S_x$  = Schmelzpunkt in der Tiefe  $x$ ,  $S_x = S + mx$ , also

$mx = S_x - S$ ,

$A$  = Wärmeerzeugung durch radioaktive Substanzen pro Volumeneinheit,

$H$  = Dicke der radiumhaltigen Schicht,

$k$  = Wärmeleitfähigkeit,

$\Phi(a) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^a e^{-a^2} da$  (GAUSS'sches Fehlerintegral),

$c$  = spezifische Wärme,

$\rho$  = Dichte,

$$h^2 = \frac{k}{c\rho}.$$

Setzt man weiter

$$\frac{AH^2}{2k} = \alpha \quad S - \alpha = \beta \quad \frac{x}{2ht^{1/2}} = \lambda \dots \dots \dots (13)$$

und führt den Wert für  $T$  aus (12) und für  $n$  aus (10) in (9) ein, so erhält man für  $x > H$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial t} &= [\varepsilon + \varepsilon' \alpha + 2 \varepsilon' m h t^{1/2} \lambda + \varepsilon' \beta \Phi(\lambda)] \frac{\beta \lambda e^{-\lambda^2}}{t \sqrt{\pi}} \\ &\quad - \frac{3 \beta h}{r_0 \sqrt{\pi} t} \left[ (\varepsilon + \varepsilon' \alpha) e^{-\lambda^2} + \varepsilon' m h t^{1/2} (2 \lambda e^{-\lambda^2} + \sqrt{\pi} \{1 - \Phi(\lambda)\}) \right. \\ &\quad \left. + \varepsilon' \beta \left\{ e^{-\lambda^2} \Phi(\lambda) + \frac{1}{\sqrt{2}} (1 - \Phi(\lambda \sqrt{2})) \right\} \right] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Da  $\lambda$  relativ klein ist, kann  $\lambda^2$  vernachlässigt werden. Für die spannungslose Fläche  $\left( \frac{\partial K}{\partial t} = 0 \right)$  ergibt sich dann angenähert

$$\lambda_0 = \frac{3 h \sqrt{t}}{r_0 (\varepsilon + \varepsilon' \alpha)} \left( \varepsilon + \varepsilon' \alpha + \varepsilon' m h \sqrt{\pi} t + \frac{\varepsilon' \beta}{\sqrt{2}} \right) \dots \dots \dots (15)$$

und hieraus deren Tiefe  $x_0$  nach (13)

$$x_0 = 2 h \lambda_0 \sqrt{t} \dots \dots \dots (16)$$

Für die Erdoberfläche ist  $x = 0$ , somit nach (13) auch  $\lambda = 0$ , und (14) geht unter den gleichen Vernachlässigungen wie oben über in

$$\frac{\partial K_0}{\partial t} = -\frac{3\beta h}{r_0 \sqrt{\pi t}} \left[ \varepsilon + \varepsilon' \alpha + \varepsilon' m h t \sqrt{\pi} + \frac{\varepsilon' \beta}{\sqrt{2}} \right].$$

Hieraus ergibt sich für die zur Berechnung der Schrumpfung der Erde wichtige Größe  $K_0$

$$K_0 = -\frac{6\beta}{r_0 \sqrt{\pi}} \left[ \left( \varepsilon + \varepsilon' \alpha + \frac{\varepsilon' \beta}{\sqrt{2}} \right) h \sqrt{t} + \frac{1}{2} \varepsilon' m h^2 t \sqrt{\pi} \right] \quad . \quad (17)$$

Eine ähnliche Beziehung erhält man, wenn man annimmt, daß die radioaktiven Substanzen mit der Tiefe exponentiell nach dem Gesetz  $P = A e^{-ax}$  abnehmen. An Stelle von Gleichung (12) erhält man dann für die Temperatur  $T$  in der Tiefe  $x$  die angenäherte Beziehung

$$T = mx + \left( S - \frac{A}{a^2 k} \right) \Phi \left( \frac{x}{2h \sqrt{t}} \right) + \frac{A}{a^2 k} (1 - e^{-ax}) \quad . \quad (12a)$$

Gleichung (17) gilt auch in diesem Falle, nur ist jetzt für  $\alpha$  und  $\beta$  statt der Werte (13) zu setzen:

$$\alpha = \frac{A}{a^2 k} \quad \beta = S - \alpha \quad . \quad . \quad . \quad (13a)$$

Über die in den Formeln vorkommenden Konstanten muß man plausible Annahmen machen. JEFFREYS setzte  $\varepsilon = 7 \cdot 10^{-6}$  und  $\varepsilon' = 2,4 \cdot 10^{-8}$  (pro Grad), was etwa einer linearen Ausdehnung von 1,9% zwischen 0 und 1000° entspricht. Beobachtet sind Werte von 1,5% und 2,7% für Dolerit bzw. Granit. Bei hohen Temperaturen wurden unter Atmosphärendruck von DAY<sup>1)</sup> u. a. größere Werte gefunden, bei hohem Druck dürften sie aber kleiner werden. Jedenfalls bleibt hier eine Unsicherheit. JEFFREYS setzte ferner  $m = 0,000025^\circ \text{C/cm}$ ,  $S = 1200^\circ$ ,  $t = 5 \cdot 10^{16}$  Sekunden (Zeit seit Kristallisation),  $k = 0,005 \text{ CGS}$ ,  $h = 0,084$ ,  $A = 10^{-12}$ . Später verbesserte er diese Werte, doch übt den größten Einfluß auf die Ergebnisse über die Schichtdicke der vorausgesetzte Wert für die „Geothermische Tiefenstufe“  $G$  an der Erdoberfläche aus, aus der sich die Werte für  $H$  bzw.  $a$  berechnen lassen. Es ist unter den beiden oben gemachten Annahmen über die Art der Verteilung des Radiums in der Erde angenähert:

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=0} &= m + \frac{S}{h \sqrt{\pi t}} + \frac{A H}{k} + \dots \\ \text{b)} \quad \left[ \frac{\partial T}{\partial x} \right]_{x=0} &= m + \frac{S}{h \sqrt{\pi t}} + \frac{A}{a k} - \dots \end{aligned}$$

Es ergibt sich, daß die Geothermische Tiefenstufe im Falle a) etwa den gleichen Wert hat wie im Falle b), wenn man  $a$  ein wenig größer als  $1:H$  setzt. JEFFREYS wählte für die Geothermische Tiefenstufe  $G = 30$  Meter, dann ist  $H = 13 \text{ km}$ , wenn wir die oben angegebenen Zahlenwerte zugrunde legen; mit verbesserten Werten fand JEFFREYS 11,5 km. Dies wäre die Dicke einer homogenen radiumhaltigen Schicht; im Falle b) ergibt sich entsprechend  $1:a = 13 \text{ km}$ . Man kann natürlich auch umgekehrt  $H$  annehmen und den zugehörigen Wert von  $G$  berechnen:

$$G = \left[ \frac{(\partial x)}{(\partial T)} \right]_{x=0}.$$

<sup>1)</sup> American Journal of Science 37, 1, 1914.

Man findet etwa

für $H = 10$ km	$G = 30$ Meter pro Grad C.
für $H = 20$ km	$G = 20$ Meter pro Grad C.
für $H = 30$ km	$G = 12$ Meter pro Grad C.

Die Werte hängen natürlich von den Voraussetzungen ab, die man über die verschiedenen vorkommenden Größen macht.

Die Geothermische Tiefenstufe  $G$  beträgt in Europa etwa 30 m, in Amerika meist über 30 m. Andererseits ist sie zweifellos unter den Ozeanen kleiner, da die Temperaturdifferenz zwischen den Böden der Ozeane und den Kontinentalsockeln mit der Tiefe abnehmen wird; im Mittel liegt  $G$  also wohl zwischen 20 und 30 m pro Grad.  $H$  wird also im Mittel zwischen 10 und 20 km anzunehmen sein, im Falle b) demnach 1 :  $a$  etwa diesen Wert besitzen.

JEFFREYS setzte die oben angegebenen Zahlenwerte in die Gleichungen ein und fand im Falle

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \lambda_0 = 0,4 & x_0 = 150 \text{ km} & K_0 = -4,5 \cdot 10^{-3} \\ \text{b) } \lambda_0 = 0,3 & x_0 = 110 \text{ „} & K_0 = -4,3 \cdot 10^{-3}, \end{array}$$

also in beiden Fällen nach (11) eine Verkürzung des Erdradius um etwa 30 km; im ersten Falle würde die spannungslose Fläche in 150 km Tiefe, im zweiten Falle in 110 km Tiefe liegen.

Schließlich berücksichtigte H. JEFFREYS<sup>1)</sup> auch die Schichtung der Erdkruste. Er gelangte dabei unter der Voraussetzung, daß die Erdkruste aus einer oberen Schicht besteht, in welcher die radioaktiven Substanzen am stärksten angereichert sind, darunter eine Schicht mit geringerem Radiumgehalt, darunter Substanzen ohne größere Wärmeerzeugung durch Radium ( $\leq$  ca.  $0,1 \cdot 10^{-12}$  cal/sec cm<sup>3</sup>, später weiter abnehmend) zu folgender Beziehung (vgl. Band 2):

$$\left[ \frac{\partial T^*}{\partial x} \right]_{x=0}^{\infty} = \frac{1}{k} \int_0^{\infty} P dx + C,$$

wo  $C$  ein Korrektionsglied ist, das höchstens 4° pro km beträgt. Andererseits ist

$$\int_0^{\infty} P dx = a_1 d_1 + a_2 d_2 + \dots$$

Hierin ist  $k$  wieder die Wärmeleitfähigkeit,  $P$  die Wärmeerzeugung pro Volumeneinheit,  $d_1$  und  $d_2$  die Dicke der oberen bzw. unteren Schicht,  $a_1$  bzw.  $a_2$  die Wärmeerzeugung in den betreffenden Schichten. Es ist also

$$k \left( \left[ \frac{\partial T^*}{\partial x} \right]_{x=0}^{\infty} - C \right) = a_1 d_1 + a_2 d_2 + \dots$$

JEFFREYS nimmt an, daß die obere Schicht aus Granit ( $a_1 = 1,3 \cdot 10^{-12}$  cal/gm sec) besteht, die untere aus Plateaubasalt ( $a_2 = 0,36 \cdot 10^{-12}$ ), ferner daß  $k = 0,008$ . Für Sandstein ist  $k$  etwa 0,010, für Granit etwa 0,006, für Basalt etwa 0,004.<sup>2)</sup> Wir können nun auch aus der letzten Beziehung die Geothermische Tiefenstufe  $G$  berechnen, und zwar ergibt sich für  $G$  unter Vernachlässigung der als gering angenommenen Wirkung der tieferen Schichten

<sup>1)</sup> The Earth, 2. Aufl., Cambridge 1929.

<sup>2)</sup> Vergl. hierzu auch die in Band 6, Abschnitt I, angegebenen Werte für die Wärmeleitfähigkeit in Gesteinen.

falls	{			
	$d_1 =$	11	11	22
	$d_2 =$	22	33	22
				33 km
				11 km
$k = 0,010$	$G =$	39	33	25
				20 m
$k = 0,007$	$G =$	28	24	18
				14 m
$k = 0,004$	$G =$	18	15	11
				9 m

Die Ergebnisse sind im Prinzip die gleichen wie oben; nach unseren Kenntnissen über  $G$  kommen vor allem Werte zwischen 20 und 40 in Frage. Die wahrscheinlichsten Kombinationen sind fett gedruckt. Wir erkennen jedenfalls, daß trotz der Unsicherheiten<sup>1)</sup> *sicher keine größere Dicke der Schicht mit gleicher Wärme-erzeugung wie an der Erdoberfläche mit den Beobachtungen verträglich ist als 30 km.* Diese Überlegungen gelten zunächst nur für die Kontinente. Wir wollen unsere Rechnungen etwas weiterführen, und zwar setzen wir

$H$  (Dicke der radiumhaltigen Schicht) = 20 km =  $2 \cdot 10^{-6}$  cm, also  $G$  20 bis 30 Meter pro Grad,

$A$  (Wärmeentwicklung durch das Radium) =  $1,4 \cdot 10^{-12}$  cal cm<sup>-2</sup> sec<sup>-1</sup>, die übrigen Größen wie seither. Dann wird

$$\lambda_0 = 4,1 \cdot 10^{-6} \sqrt{t} + 7,8 \cdot 10^{-11} t$$

$$x_0 = 10^{-8} t (3,3 + 6,2 \cdot 10^{-5} \sqrt{t}) \text{ km} \quad \dots \quad (18)$$

Nehmen wir weiter an, daß seit der Kristallisation der Erdkruste  $2 \cdot 10^9$  Jahre verflossen sind, so erhalten wir für die *Tiefe der spannungslosen Fläche folgende Werte:*

für $t = \frac{1}{2} \cdot 10^9$ Jahre (frühes Algonkium?)	$x_0 = 23$ km
„ $t = 1 \cdot 10^9$ „ (spätes Algonkium?)	$x_0 = 52$ „
„ $t = 1\frac{1}{2} \cdot 10^9$ „ (etwa Silur)	$x_0 = 88$ „
„ $t = 2 \cdot 10^9$ „ (Jetztzeit)	$x_0 = 125$ „

*Die spannungsfreie Fläche verlagert sich hiernach in den nächsten Jahrillionen ziemlich gleichmäßig um  $7\frac{1}{2}$  mm im Jahrhundert in die Tiefe.*

Wir berechnen nunmehr analog  $K_0$  aus (17) bzw.  $(\Delta O)$  und  $(\Delta r_0)$  aus (11). Es ergibt sich

$$K_0 = -7,8 \cdot 10^{-8} \sqrt{t} - 5 \cdot 10^{-13} t \quad (t \text{ in Jahren})$$

$$(\Delta r_0) = -5,0 \cdot 10^{-4} \sqrt{t} - 3,2 \cdot 10^{-9} t \text{ km} \quad \dots \quad (19)$$

und es wird

für $t = \frac{1}{2} \cdot 10^9$ Jahre	$(\Delta r_0) = 13$ km
„ $t = 1 \cdot 10^9$ „	$(\Delta r_0) = 19$ „
„ $t = 1\frac{1}{2} \cdot 10^9$ „	$(\Delta r_0) = 24$ „
„ $t = 2 \cdot 10^9$ „	$(\Delta r_0) = 29$ „

d. h. *der Erdradius würde sich unter den angegebenen Voraussetzungen jetzt um rund 1 mm im Jahrhundert verkürzen.* Die Ergebnisse stimmen trotz der veränderten Voraussetzungen recht gut zu den von JEFFREYS gefundenen Werten.

Wir können nun noch einen Schritt weiter gehen und uns fragen: *Unter welchen Umständen fände zurzeit überhaupt keine Temperaturänderung im Erdinnern statt?* In Gleichung (12) bzw. (12a) muß dann das Glied mit dem Faktor  $t$  verschwinden, d. h. aus (12) folgt

$$S = \frac{A H^2}{2 k} \quad \text{oder} \quad H^2 = \frac{2 k S}{A}.$$

<sup>1)</sup> Über weitere Unsicherheiten der Grundlagen vgl. Band 2 des Handbuches, ferner R. W. GORANSON, American Journal of Science, 16, 89, 1928.



Setzt man für  $k$ ,  $S$  und  $A$  wieder die Werte ein, so findet man, daß die Dicke  $H$  der radiumhaltigen Schicht etwa 30 km beträgt. Gleichung (12) geht in diesem Falle über in

$T^* = mx + S - \gamma = S_x - \gamma$  ( $S_x$  = Schmelztemperatur in der Tiefe  $x$ )  
und in unserem Falle ( $H = 30$  km)

$$T^* = S_x \text{ für } x > 30 \text{ km und } T^* = S_x - \frac{A(H-x)^2}{2k} \text{ für } x < 30 \text{ km,}$$

d. h. die Schmelztemperatur wird in 30 km Tiefe erreicht.

Die Geothermische Tiefenstufe ergibt sich aus

$$\left[ \frac{\partial T^*}{\partial x} \right]_{x=0} = m + \frac{AH}{k} = m + \frac{2S}{H}$$

zu etwa 12 Meter pro Grad (vgl. auch S. 6). *Alle die unter der Voraussetzung berechneten Werte, daß im Erdinnern keine Abkühlung mehr stattfindet, sind sehr unwahrscheinlich.*

Wir machen nunmehr die gleiche Voraussetzung, nehmen aber an, daß die radioaktiven Substanzen mit der Tiefe exponentiell abnehmen. Aus (12a) erhalten wir nunmehr

$$S = \frac{A}{a^2 k} \text{ oder } a^2 = \frac{A}{Sk}$$

und analog wie oben für die Temperatur in der Tiefe  $x$

$$T^* = mx + S(1 - e^{-ax}) = S_x - S e^{-ax},$$

diese liegt also überall unter dem Schmelzpunkt. Die Geothermische Tiefenstufe ergibt sich in diesem Falle aus

$$\left[ \frac{\partial T^*}{\partial x} \right]_{x=0} = \left[ m + a S e^{-ax} \right]_{x=0} = m + a S.$$

Setzen wir die gleichen Werte ein wie oben, so erhalten wir für die Geothermische Tiefenstufe etwa 11 Meter pro Grad. Auch diese Werte sind unbefriedigend, *die Erde kühlt sich also vermutlich weiter ab.* Die S. 7 von uns benutzten Zahlenwerte und die daraus abgeleiteten Ergebnisse geben also wohl die Größenordnung der gesuchten Werte richtig an unter der Voraussetzung, daß die Erde zu Beginn der zu untersuchenden Epoche bereits bis in Tiefen von mindestens 150 km kristallisiert gewesen sei. Mit anderen Worten: *wir hatten seither die Wirkung der vermutlich dauernd erfolgenden Kristallisation unberücksichtigt gelassen.* Diese wirkt sich in zweierlei Weise aus: einmal wird bei der Kristallisation Wärme frei, die Abkühlung also hierdurch verzögert, dann ändert sich bei der Kristallisation auch das Volumen der Gesteine, mithin wird auch die Lage der spannungslosen Fläche beeinflusst. Auch hierüber hat H. JEFFREYS<sup>1)</sup> Untersuchungen angestellt.

Er wies zunächst darauf hin, daß eine kristalline Kruste keineswegs in die etwas leichtere Schmelze einzusinken brauche, da die Zähigkeit bei den im Erdinnern herrschenden Drucken groß genug ist, um dies zu verhindern. Außerdem sind die Dichteunterschiede vermutlich nur klein; in den Lavaseen an der Erdoberfläche genügen jedenfalls nach L. A. DAY bereits die aufsteigenden Gase, um kristalline Brocken auf der leichteren Schmelze schwimmen zu lassen. Bei den Drucken im Erdinnern dürften die Unterschiede noch geringer sein. Ander-

<sup>1)</sup> Gerlands Beitr. z. Geophysik, 18, 12, 1927. — The Earth, 2. Aufl., Cambridge 1929.



seits ist es durchaus möglich, daß die Kristallisation in einer gewissen Tiefe begann (vgl. Band 2 des Handbuches).

Wir betrachten das Problem zunächst als zweidimensional. Die Konstanten  $h$ ,  $k$ ,  $c$ ,  $\rho$  sind die gleichen wie auf S. 4 angegeben. Die Oberfläche liege an der Stelle  $x = 0$ , die Schmelze habe die Schmelztemperatur  $S_x$ . Für die Wärmeleitung in der kristallinen Kruste gilt dann die Beziehung

$$\frac{dT}{dt} = h^2 \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad \dots \dots \dots (20)$$

Die Lösung kann in der Form

$$T = S \frac{\Phi\left(\frac{x}{2h\sqrt{t}}\right)}{\Phi(a)} \quad (\Phi = \text{Fehlerintegral, vgl. S. 4}) \quad \dots \dots (21)$$

geschrieben werden. Für  $x = 0$  (Oberfläche) wird  $T = 0^0$ , für  $x = D = 2ah\sqrt{t}$  wird  $T = S^0$ , somit ist  $D$  die gesuchte Tiefe, in welcher das Material gerade kristallisiert.  $a$  ist eine Konstante, die nach folgender Überlegung gefunden werden kann: In der Zeit- und Längeneinheit kristallisiert die Masse  $\rho dD : dt$ , dabei werden  $L\rho dD : dt$  Wärmeeinheiten frei ( $L$  = Schmelzwärme), die nach oben abgeleitet werden. Im Falle des Wärmegleichgewichts in der Kristallisationstiefe ist dort

$$L\rho \frac{d(2ah\sqrt{t})}{dt} = \frac{2kS e^{-a^2}}{\Phi(a)\sqrt{\pi} 2h\sqrt{t}}$$

oder

$$a e^{a^2} \Phi(a) = \frac{cS}{L\pi} \quad \dots \dots \dots (22)$$

wo zunächst  $S$  als unabhängig von  $x$  angenommen wird; genauer ist wieder  $S = S_0 + mx$ . JEFFREYS setzte in (22)

$L$  (Schmelzwärme) = 100 cal pro gr,

$S$  (Schmelzpunkt) = 1400<sup>0</sup>,

$c$  (Spezifische Wärme) = 0,2 cal pro gr und Grad

und erhielt hiermit aus (22)

$a = 0,894$ ; ferner ist analog wie S. 5

$h^2 = 0,006$ . Setzt man noch

$t$  (Zeit seit Beginn der Kristallisation) =  $5 \cdot 10^{16}$  Sekunden, so wird

$D = 2ah\sqrt{t} = 310$  km die Tiefe, in der zurzeit das Material kristallisiert, wenn man von der Wirkung der radioaktiven Substanzen absieht. Bei Berücksichtigung der Zunahme der Schmelztemperatur mit der Tiefe liefert der Term mit  $S_0$  nach genügend langen Zeiten keinen wesentlichen Anteil mehr. Dann ist  $T = mx$ ,

$$\frac{dD}{dt} = \frac{km}{L\rho} \quad \dots \dots \dots (22a)$$

Mit den angegebenen Werten wird für sehr große Zeiten, falls  $m$  (Schmelzpunkterhöhung durch den Druck) =  $3 \cdot 10^{-5}$  Grad pro cm,  $dD : dt = 4 \cdot 10^{-10}$  cm/sec; für  $t = 5 \cdot 10^{16}$  sec wird also  $D = 200$  km. Die Zunahme von  $D$  erfolgt in der ersten Zeit nach der Beziehung  $D = 2ah\sqrt{t}$ , also proportional  $\sqrt{t}$  immer langsamer, für große Zeiten bewirkt dann die Zunahme der Schmelztemperatur mit der Tiefe, daß nach (22a) die Änderung von  $D$  nicht unter einen gewissen Betrag sinkt, der jetzt etwa erreicht ist, und unter den gemachten Annahmen etwas über 1 cm pro Jahrhundert beträgt.

Wir finden also, daß bei Vernachlässigung der Wirkung der radioaktiven Substanzen die kristalline Schicht jetzt etwas über 300 km dick sein müßte. Die Wärmeerzeugung beim Zerfall dieser Substanzen bewirkt, daß die Abkühlung merklich langsamer vor sich geht, d. h. daß die Kristallisation noch nicht bis 300 km Tiefe fortgeschritten ist. Eine rohe Abschätzung erhalten wir aus (12) bzw. (12a). Es ist

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_A : \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{A=0} = \frac{S - \frac{A H^2}{2k}}{S} = 1 - \frac{A H^2}{2kS} \dots \dots \dots (23)$$

bzw. 
$$\left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_A : \left(\frac{\partial T}{\partial t}\right)_{A=0} = 1 - \frac{A}{a^2 k S} \dots \dots \dots (23a)$$

Setzen wir wieder die S. 5 angegebenen Werte ein, so ergibt sich, daß die Abkühlung bei Vorhandensein von radioaktiven Substanzen mit einer Wärmeentwicklung von  $A = 1,4 \cdot 10^{-12}$  cal/cm<sup>2</sup> sec in einer  $H = 20$  km dicken Schicht, unter welcher eine radiumfreie Schicht liegt, auf etwa 40% sinkt. Unter den Annahmen b) erhält man etwa die gleichen absoluten Werte wie im Falle a), da ähnlich wie bei unserer seitherigen Rechnung (vgl. S. 5)  $H$  durch  $\sqrt{2:a}$  zu ersetzen ist. Für die *Tiefe, in welcher zurzeit die Kristallisation erfolgt, erhalten wir somit die Größenordnung von 100 km.* Dieser Wert paßt recht gut zu der Schichtgrenze in 60—70 km, in welcher die Geschwindigkeit der Erdbebenwellen vorübergehend nicht zu-, vielleicht sogar etwas abnimmt. (Vgl. Band 4 des Handbuches.) Dies wäre aber an der Grenze der kristallinen Schicht zu erwarten, da dort vermutlich sowohl die Dichte wie die elastischen Konstanten abnehmen. Wir dürfen nicht übersehen, daß auch ein Teil der Wärme von der Abkühlung der kristallinen Schicht herrührt. Jedenfalls ist *unter unserer Voraussetzung, daß kein merkliches Einsinken von kristallinen Schollen in das Erdinnere stattgefunden hat, die Annahme, daß die kristalline Erdkruste mehr als höchstens einige hundert Kilometer beträgt, mit der Theorie nicht in Einklang zu bringen.* Als größter Wert käme vielleicht die Tiefe von rund 350 km in Frage, in der neuerdings mehrfach Erdbebenherde festgestellt wurden (vgl. Bd. 4), anderseits sprechen Wärmegleichgewichtsbetrachtungen von F. v. WOLFF<sup>1)</sup> für die Tiefe von 70 km. (Vgl. Band 2.)

Durch den Kristallisationsvorgang wird auch die *Lage der spannungslosen Fläche* beeinflusst. Wir können mit großer Wahrscheinlichkeit annehmen, daß die Kristallisation mit einer wesentlichen Verminderung des Volumens verknüpft ist. Es entsteht also über der Kristallisationsfläche eine starke nach unten gerichtete Spannung, unter der Fläche eine Spannung nach oben; das Material zieht sich gewissermaßen bei der Kristallisation zusammen, so daß beiderseits in der Nachbarschaft Dehnspannungen entstehen müssen. In der Nähe der Kristallisationsfläche selbst müssen die Spannungen, die oben positiv (nach dem Erdinnern zu), unten negativ (nach außen gerichtet) sind, durch 0 hindurchgehen. Wir hätten also dort eine für diesen Vorgang spannungslose Fläche.

Diesen Spannungen überlagern sich nun die durch die Schrumpfung gefundenen Spannungen, die aber — entsprechend den vermutlich kleineren Volumenänderungen — kleiner sind; sie sind in den oberen 100 km der Erdkruste positiv (nach innen zu gerichtet), wie wir sahen, passieren den Wert 0 und werden dann negativ. Die Resultante dieser Spannungen ist das gesuchte System der Spannungen durch die Abkühlung der Erde. Nehmen wir an, daß die Wirkung

<sup>1)</sup> Jahrbuch d. Halleschen Verb. für Erforschungen der mitteldeutschen Bodenschätze, N. F., Band 7, 1 1928.

der Kristallisation überwiegt, so haben wir zunächst unterhalb der Erdoberfläche nach unten gerichtete Spannungen, die zunehmen, oberhalb der Kristallisationstiefe ihr Maximum erreichen, unterhalb der Kristallisationstiefe durch 0 gehen, und zwar in um so größerer Tiefe, je weniger die Wirkung der Kristallisation die der Abkühlung ohne Änderung des Aggregatzustandes überwiegt, dann nach oben gerichtet sind, einen dem ersten Maximum entgegengesetzten Extremwert erreichen, und dann wieder auf 0 abnehmen.

*Die spannungslose Fläche liegt also vermutlich dicht unter der Kristallisationstiefe, also nach unseren Ergebnissen mindestens in nicht ganz 100 km Tiefe. Unterhalb haben wir Dehnspannungen nach oben, oberhalb Dehnspannungen nach unten (sofern das Material auch in dieser Tiefe beim Kristallisieren sein Volumen verkleinert!), schließlich an der Erdoberfläche wieder eine spannungslose Fläche. Es ergibt sich also ein Maximum dieser vertikal gerichteten Spannungen in einer Tiefe von einigen Zehnern von km. Dies ist von Interesse für die Erforschung der Erdbebenursachen, da die Erdbebenherde gerade in diesem Bereiche liegen und eine Häufungsstelle in etwa 30 km Tiefe besitzen<sup>1)</sup>. (Vgl. Band 4 des Handbuches.) Die verschiedenen ausgezeichneten Tiefen (Extremwerte, Nullwerte) wachsen entsprechend der fortschreitenden Kristallisation.*

Wir kommen nun wieder zu der Frage zurück, wie groß die Verkürzung des Erdradius durch die Abkühlung des Erdinnern ist. Ohne Berücksichtigung der Wirkung der Kristallisation fanden wir hierfür unter gewissen plausiblen Annahmen etwa 30 km seit Bildung der festen Erdkruste und 1 mm zurzeit pro Jahrhundert. Infolge der bei der Kristallisation abgegebenen Wärme sind diese Werte kleiner, sie seien mit  $1/b$  bzw.  $1/c$  zu multiplizieren. Andererseits kommt die vermutliche Kontraktion bei der Kristallisation hinzu. Sei  $1:a$  das mittlere Verhältnis der Volumina von Kristall : Schmelze bei den im Erdinnern herrschenden Drucken, so erhalten wir ganz roh für die Kontraktion

$$\text{seit Beginn der Kristallisation } (\Delta r) = \frac{30}{b} + d(a - 1) \text{ km}$$

( $d$  = Dicke der kristallinen Schicht.),

$$\text{und zurzeit pro Jahrhundert } (\Delta r)_{100} = \frac{1}{c} + \delta(a - 1) \text{ mm}$$

( $\delta$  = Zunahme der Schichtdicke pro Jahrhundert.).

$1:a$  liegt bei den hohen Drucken im Erdinnern wohl kaum über  $1:1,1$ . Nach F. RINNE<sup>2)</sup> ergeben sich bei Atmosphärendruck für das Verhältnis der spezifischen Gewichte die in Tabelle 1 angegebenen Werte. Setzen wir  $1:a = 1,1$ , so wird

$$(\Delta r) = \frac{30}{b} + 0,1 d \quad (\Delta r)_{100} = \frac{1}{c} + 0,1 \delta.$$

Für  $d$  fanden wir S. 10 als Grenzen etwa 70 und 350 km, für  $\delta$  etwa  $1\frac{1}{2}$  und  $\frac{1}{2}$  cm.  $\frac{1}{b}$  und  $\frac{1}{c}$  sind sicher kleiner als 1; hieraus ergeben sich folgende Ungleichungen:

$7 \text{ km} < (\Delta r) < 65 \text{ km}$   $\frac{1}{2} \text{ mm/Jahrhundert} < (\Delta r)_{100} < 2\frac{1}{2} \text{ mm/Jahrhundert}$ , d. h.: Die Verkürzung des Erdradius während der geologischen Epochen beträgt je nach den Voraussetzungen etwa zwischen 10 und 50 km, die Änderung heute pro Jahrhundert 1—2 mm. Dementsprechend ist die Schrumpfung der Erdkruste

<sup>1)</sup> Hierauf wies zuerst B. GUTENBERG hin (Gerlands Beitr. z. Geophysik, 16, 399, 1927); eine Bestätigung gab V. CONRAD (ebenda, 20, 276, 1928).

<sup>2)</sup> Gesteinskunde, 10. Aufl., Leipzig 1928, S. 175.

Tabelle 1  
Verhältnis der spezifischen Gewichte Kristall: Glas nach Angabe  
von F. RINNE

Mineral	Dichte des Kristalls	Dichte des Glases	Verhältnis
Quarz . . . . .	2,653	2,228	1,19
Orthoglas . . . .	2,558	2,307	1,11
Labrador . . . .	2,689	2,525	1,06
Augit . . . . .	3,267	2,803	1,16
Hornblende . . . .	3,216	2,826	1,14
Olivin . . . . .	3,381	2,857	1,19
Akermanit . . . .	2,94	2,96	0,99

von der Größenordnung  $\frac{1}{2} \cdot 10^7 \text{ km}^2$ , ihre Schrumpfung pro Jahrhundert nur  $\frac{1}{4} \text{ km}^2$ . Selbst die angegebenen Grenzen für die Werte enthalten noch *Unsicherheiten*, da sie von allen theoretischen Voraussetzungen abhängen, die wir machten, dann aber auch von den zugrunde gelegten Zahlenwerten. Besonders unsicher sind, wie hier nochmals hervorgehoben sei, die Voraussetzungen über die Kontraktion der Gesteine bei der Kristallisation sowie über die Wärmeentwicklung der radioaktiven Substanzen, da wir weder deren Menge noch deren Verteilung, die allerdings anscheinend eine geringere Rolle spielt, genauer kennen, sondern diese erst theoretisch aus der Geothermischen Tiefenstufe ableiten müssen. Daß wir hierbei die Energiemengen vernachlässigen, die nicht durch Wärmeleitung an die Erdoberfläche gelangen, also etwa in Laven an die Erdoberfläche transportiert werden oder zu chemischen Vorgängen verwendet werden, ist weniger schlimm, da hierdurch zwar die Menge der radioaktiven Substanzen zu klein gefunden wird, nicht aber die Wärmemenge, welche den Abkühlungsvorgang der Erde beeinflusst. Andererseits entsteht bei der Kontraktion Wärme, die „Kontraktionswärme“, welche die Schrumpfung etwas verkleinert. Wir werden hierauf bei der Erörterung der „Kontraktionstheorie“ im Abschnitt „Geotektonische Hypothesen“ zurückkommen.

§ 3. Die Polfluchtkraft. 1913 stellte EÖTVÖS fest, daß eine Kraft vorhanden ist, welche bestrebt ist, die Kontinente nach dem Äquator hinzuschieben. Wir denken uns die leichteren Kontinente (Dichte rund  $2\frac{3}{4}$ ) auf dem schwereren Untergrunde (Dichte etwa 3) „schwimmend“, d. h. wir nehmen an, daß die Masse der Scholle gerade so groß ist wie die Masse des verdrängten Materials, in dem sie schwimmt. Daß diese Bedingung im wesentlichen erfüllt ist, zeigt die Existenz der Isostasie; die Abweichungen vom isostatischen Gleichgewicht vernachlässigen wir. Im übrigen braucht das Material keineswegs „flüssig“ zu sein, da alle Körper bei genügend großen einseitigen Drucken fließen.

Eine schematische Darstellung der „Polfluchtkraft“ gab zuerst W. KÖPPEN<sup>1)</sup>. Die Niveaulächen der Erde sind im allgemeinen ein wenig gegeneinander geneigt. Da der Schwerpunkt (*S* in Figur 1) der Kontinentalschollen etwas höher liegt als der Schwerpunkt der durch sie verdrängten Simamassen, die sich entgegengerichteten Kräfte *a* und *b* senkrecht auf den Niveaulächen durch *S* und *S'* stehen, diese aber im allgemeinen nicht parallel zueinander verlaufen, verbleibt eine äquatorwärts gerichtete Kraft (*R* in Fig. 1), die „Polfluchtkraft“.

Eine erste Rechnung führte P. S. EPSTEIN<sup>2)</sup> durch. Die kinetische Energie eines Punktes *P* (Fig. 2) in der geographischen Breite  $\varphi$  ist gegeben durch

<sup>1)</sup> Geografiska Annaler 1920 S. 285. Die Polfluchtkraft wurde im Prinzip wohl zuerst von KREICHGAUER (1900) und dann von EÖTVÖS (1913) erkannt.

<sup>2)</sup> Die Naturwissenschaften 1921, Heft 25, S. 499.

$$E = \frac{m v^2}{2} = \frac{m}{2} r_0^2 \omega^2 \cos^2 \varphi + \dots \quad (24)$$

wobei wir die Erde als Kugel betrachtet haben und Glieder höherer Ordnung vernachlässigen. Ferner ist  $m$  = Masse,  $v$  = Geschwindigkeit des Punktes  $P$ ,  $v = r_0 \omega \cos \varphi$ ,  $\omega$  = Winkelgeschwindigkeit der Erde.

Die potentielle Energie ist angenähert

$$E' = \alpha \frac{\varkappa m M}{r_0} \cos^2 \varphi \quad (25)$$

wo  $\alpha$  ein Zahlenfaktor ist, der von dem Aufbau der Erde abhängt,  $\varkappa$  die Gravitationskonstante,  $M$  die Erdmasse.

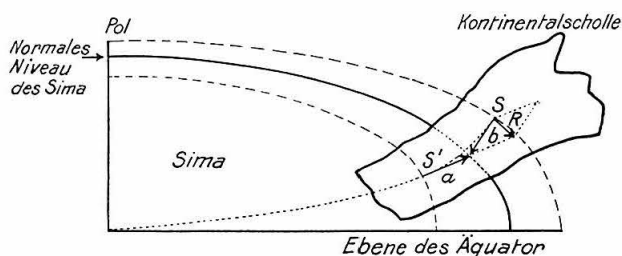


Fig. 1  
Schematische  
Darstellung der  
Polfluchtkraft

Die Kraft  $K$ , welche in einer Richtung  $s$  wirkt, ist gegeben durch

$$K = \frac{\partial (E - E')}{\partial s} = \frac{\partial (E - E')}{r_0 \partial \varphi} \quad (26)$$

da angenähert (vgl. Fig. 2, in der jedoch die Abplattung der Erde stark übertrieben ist)  $ds = r_0 d\varphi$ . Setzen wir die Werte für  $E$  und  $E'$  aus (24) und (25) in (26) ein, so erhalten wir

$$K = m \left( \frac{r_0^2 \omega^2}{2} - \frac{\alpha \varkappa M}{r_0} \right) \frac{\partial (\cos^2 \varphi)}{r_0 \partial \varphi} = \left( \frac{\alpha \varkappa M}{r_0^2} - \frac{r_0 \omega^2}{2} \right) m \sin 2 \varphi \quad (27)$$

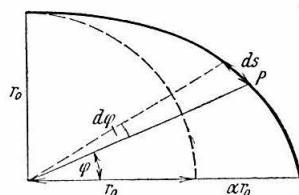


Fig. 2

Wenn Gleichgewicht herrscht, ist  $K = 0$ , somit

$$\frac{\alpha \varkappa M}{r_0^2} = \frac{r_0 \omega^2}{2} \quad (28)$$

Wir denken uns nun eine kleine Scholle, welche auf ihrer Unterlage wie angegeben schwimmt und um  $2d$  über diese hinausragt. Für sie ist nach (24) und (25)

$$\begin{aligned} L' = E - E' &= \left[ \frac{(r_0 + d)^2 \omega^2}{2} - \frac{\alpha \varkappa M}{r_0 + d} \right] m \cos^2 \varphi \\ &= \left[ \frac{r_0^2 \omega^2}{2} - \frac{\alpha \varkappa M}{r_0} \right] m \cos^2 \varphi + \left[ r_0 \omega^2 + \frac{\alpha \varkappa M}{r_0^2} \right] m d \cos^2 \varphi + \dots \quad (29) \end{aligned}$$

da  $d$  sehr klein gegen  $r_0$  ist. Im Falle des Gleichgewichtes ist nach (28) der erste Klammerausdruck Null, der zweite wird nach (28)  $\frac{3}{2} r_0 \omega^2$ , und wir erhalten angenähert

$$L' = \frac{3}{2} r_0 \omega^2 m d \cos^2 \varphi$$

und

$$K' = \frac{\partial L'}{r_0 \partial \varphi} = -\frac{3}{2} m d \omega^2 \sin 2 \varphi \quad . . . . . (30)$$

d. h.: ist die Unterlage im Gleichgewicht, so wirkt auf die Scholle die Kraft  $K'$ , und zwar muß diese längs der Meridiane gerichtet sein, da  $\varphi$  die einzige Variable ist. Wir finden weiter, daß die Kraft am Äquator und am Pol verschwindet und in  $45^\circ$  Breite ihr Maximum erreicht.

Für eine Scholle von konstanter Dicke und Dichte, welche von zwei Meridianen begrenzt wird, und sich von der geographischen Breite  $\varphi_1$  bis zur Breite  $\varphi_2$  erstreckt, ist über  $\varphi$  zu integrieren, und es ergibt sich für eine Zone, die am Äquator die Breite 1, in der geographischen Breite  $\varphi$  also die Breite  $\cos \varphi$  hat,

$$K' = \frac{3}{2} m d \omega^2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin 2 \varphi \cos \varphi d \varphi = 3 m d \omega^2 \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \sin \varphi \cos^2 \varphi d \varphi$$

$$\int \sin \varphi \cos^2 \varphi d \varphi = \frac{1}{3} \cos^3 \varphi$$

also

$$K' = m d \omega^2 (\cos^3 \varphi_2 - \cos^3 \varphi_1) \quad . . . . . (31)$$

mit dem Maximalwert für  $\varphi_1 = 90^\circ$ ,  $\varphi_2 = 0^\circ$ :

$$K_m = -m d \omega^2, \text{ wo } \omega = 2\pi : 86164.$$

Nimmt man weiter an, daß die Scholle um 5 km über den Untergrund hinausragt (Kontinent — Meeresboden), so wird  $d = 2\frac{1}{2}$  km  $= 2,5 \cdot 10^5$  cm, also  $d \omega^2 = \frac{4}{3} \cdot 10^{-3}$  cm/sec<sup>2</sup> = etwa  $\frac{1}{750\,000}$  der Schwerebeschleunigung  $g$ . Die Kraft, mit welcher zwei Zonen mit der Dichte 3 und mit einem Querschnitt am Äquator von 1 cm<sup>2</sup> gegeneinander drücken, wäre somit höchstens  $2 \cdot 3 \cdot r_0 \cdot \frac{4}{3} \cdot 10^{-3} =$  etwa  $5 \cdot 10^6$  Dyn. Dies würde etwa dem Druck entsprechen, den eine etwa 17 m hohe Gesteinssäule vertikal auf ihre Unterlage ausübt. Daß man aber hieraus keinerlei Schlüsse auf die gebirgsbildenden Wirkungen der Polfluchtkräfte ziehen darf, da dann nicht der vertikale, sondern der horizontale Druck der Gebirge als Gegengewicht gegen die Polfluchtkraft einzusetzen ist, während den über das mittlere Niveau aufragenden Teilen auch entsprechende leichtere Wülste im Untergrund nach unten entsprechen, sei schon hier erwähnt. Wir werden bei der Betrachtung der geotektonischen Hypothesen hierauf zurückkommen.

Eine genauere Berechnung der Polfluchtkräfte hat R. WAVRE<sup>1)</sup> ausgeführt. Er betrachtet getrennt den Teil  $E$  eines Elementarprismas des Kontinentes, welcher über das ungestörte Niveau des Untergrundes hinausragt, und den Teil  $J$ , welcher in diesen eintaucht. Wir bezeichnen mit  $\delta$  die Dichte des Kontinentes, mit  $\rho$  die Dichte des Untergrundes. Beide sind Funktionen des Ortes. Weiter sei I der ungestörte Zustand ohne Kontinent, II der wirkliche Zustand mit Kontinent. Wir haben dann in einem Elementarprisma im

<sup>1)</sup> Archives des Sciences physiques et naturelles 7, 163, Genf 1925.

Fall I das Gewicht  $P_J^I$  die Dichte  $\rho$ ;  $P_E^I = 0$   
den Druck  $\Phi^I$  am Boden (Fig. 3)

$$P_J^I + \Phi^I = 0 \quad \dots \dots \dots (32)$$

Fall II das Gewicht  $P_J^{II}$  die Dichte  $\delta$  unterhalb des Ausgangsniveaus  
das Gewicht  $P_E^{II}$  die Dichte  $\delta$  oberhalb des Ausgangsniveaus  
den Druck  $\Phi^{II} = \Phi^I$ .

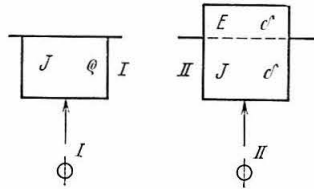


Fig. 3

Auf den Sockel wirkt dann die Kraft

$$S = P_E^{II} + P_J^{II} + \Phi^{II} = P_E^I + P_J^{II} + \Phi^I \quad \dots \dots (33)$$

oder nach Einsetzen von  $\Phi^I$  aus (32)

$$S = P_E^{II} + P_J^{II} - P_J^I \quad \dots \dots \dots (34)$$

wir bezeichnen weiter mit

- $g(x)$  die Schwere im Punkte  $x$ ,
- $g_{\downarrow}(x)$  die Lotrichtung,
- $s$  die Resultante des Systems  $S$ ,
- $dE$  ein Volumenelement von  $E$ ,
- $dJ$  ein Volumenelement von  $J$ ,

so ist in Vektordarstellung

$$\begin{aligned} s_{\downarrow} = & \iiint_E \delta(x) g(x) g_{\downarrow}(x) dE + \iiint_J \delta(x) g(x) g_{\downarrow}(x) dJ \\ & - \iiint_J \rho(x) g(x) g_{\downarrow}(x) dJ \quad \dots \dots \dots (35) \end{aligned}$$

Bezeichnen wir weiter die Koordinaten des Punktes  $\theta$ , an dem unser Elementarprisma die Erdoberflächenschneidet, mit  $\varphi$  (Breite),  $\lambda$  (Länge) und  $h = 0$  (Höhe), mit  $\Delta g_{\downarrow}$  die Abweichung der Lotrichtung in dem benutzten Punkte gegenüber dem Punkte  $\theta$ , ferner mit  $d\sigma$  ein Flächenelement, mit  $dV$  das Volumen eines Raumelementes, mit  $dh$  dessen Höhe, so ist angenähert  $dV = d\sigma \cdot dh$ . Unter der Voraussetzung, daß die Erde ein Ellipsoid ist, läßt sich Gleichung (35) dann folgendermaßen schreiben:

$$\left. \begin{aligned} s_{\downarrow} = & \delta g d\sigma \int_0^h \left(1 + \frac{\Delta g}{g}\right) (g_{\downarrow} + \Delta g_{\downarrow}) dh \\ & + (\delta - \rho) g d\sigma \int_{-h_J}^0 \left(1 + \frac{\Delta g}{g}\right) (g_{\downarrow} + \Delta g_{\downarrow}) dh \end{aligned} \right\} \dots \dots (36)$$

Wir führen nunmehr folgendes Koordinatensystem ein (Fig. 4):

$X$  = meridionale Tangente in  $\theta$ , positiv gegen den Äquator,

$Y$  = Lot in  $\theta$ , positiv nach innen,

dann ist  $g_{\downarrow X} = 0 \quad g_{\downarrow Y} = 1$ .



Die Projektionen von  $s$  auf die  $X$ - und  $Y$ -Achse sind

$$s_X = \delta g d\sigma \int_0^{h_E} \left(1 + \frac{\Delta g}{g}\right) \Delta g \downarrow_X dh + (\delta - \rho) g d\sigma \int_{-h_J}^0 \left(1 + \frac{\Delta g}{g}\right) \Delta g \downarrow_X dh \quad (37)$$

$$s_Y = \delta g d\sigma \int_0^{h_E} \left(1 + \frac{\Delta g}{g}\right) (1 + \Delta g \downarrow_Y) dh + (\delta - \rho) g d\sigma \int_{-h_J}^0 \left(1 + \frac{\Delta g}{g}\right) (1 + \Delta g \downarrow_Y) dh \quad (38)$$

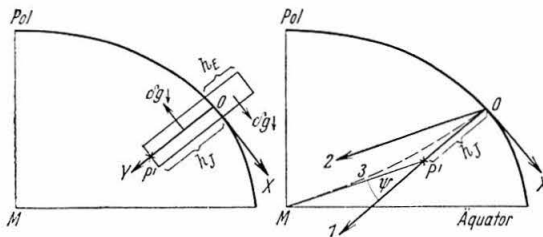


Fig. 4

Damit Isostasie herrscht, was wir voraussetzen wollen, muß  $s_Y = 0$  sein. Vernachlässigen wir in (37) und (38) die Glieder höherer Ordnung, so erhalten wir aus (37)

$$s_X = \delta g d\sigma \int_0^{h_E} \Delta g \downarrow_X dh + (\delta - \rho) g d\sigma \int_{-h_J}^0 \Delta g \downarrow_X dh \quad (39)$$

und aus (38)

$$s_Y = \delta g d\sigma h_E + (\delta - \rho) g d\sigma h_J \quad (40)$$

und für  $s_Y = 0$ :

$$\delta h_E = (\delta - \rho) h_J \quad \text{oder} \quad \delta V_E = (\rho - \delta) V \quad (41)$$

Bezeichnen wir

das Gewicht von  $E$  mit  $P_E$ ,

das Gewicht von  $J$  mit  $P_J$ ,

das Gewicht des ganzen Prismas mit  $P_C$ ,

so ist

$$P_C = P_E + P_J \quad (42)$$

und nach (41) bzw. (42)

$$P_E = \frac{\rho - \delta}{\delta} P_J \quad P_E = \frac{\rho - \delta}{\rho} P_C \quad P_J = \frac{\delta}{\rho} P_C \quad (43)$$

Da wir die Veränderung des Schwerfeldes durch die Scholle nicht kennen, machte WAVRE drei Annahmen (vgl. rechte Hälfte der Fig. 4):

1. Im Innern des Ellipsoides wird durch die Existenz der Scholle keine Änderung der Lotrichtung bewirkt. Dann ist innen  $\Delta g \downarrow_X = 0$ , nur der äußere Teil der Scholle ist wirksam. Falls die Schwere gegeben ist durch

$$g = g_0 (1 + \beta \sin^2 \varphi), \quad \text{wo } \beta = \text{konstant} = \text{etwa } 0,00529,$$

wird

$$s_{1X} = \delta g d\sigma \frac{\beta}{2} \sin 2\varphi \int_0^{h_E} h dh = h_E g \delta d\sigma \frac{\beta}{2} \frac{h_E}{r_0} \sin 2\varphi \quad (44)$$

2. Sei  $P'$  der tiefste Punkt unseres Elementes, so nehmen wir an, daß die Lotrichtung parallel  $MP'$  sei (2 in Fig. 4). Dann ist  $\Delta g \downarrow_X$  mit großer Annäherung gleich  $\varphi - \gamma$  ( $\gamma$  = geozentrische Breite). Andererseits ist

$\varphi - \gamma = n \sin 2\varphi - \frac{n^2}{2} \sin 4\varphi + \dots$ , wo  $n = \frac{\varepsilon^2}{2 - \varepsilon^2}$ ,  $\varepsilon$  = Exzentrizität, also ist  $\varphi - \gamma$  angenähert  $= n \sin^2 \varphi$ .

$$\begin{aligned} s_{2X} &= s_{1X} + (\rho - \delta) g d\sigma n \sin 2\varphi \int_{-h_E}^0 dh \\ &= \left[ h_E \delta g d\sigma \frac{\beta}{2} \frac{h_E}{r_0} + (\rho - \delta) n h_J g d\sigma \right] \sin 2\varphi \quad \dots \quad (45) \end{aligned}$$

3. Die Änderung der Lotrichtung sei in  $J$  durch die gleiche Beziehung gegeben wie in  $E$ , dann wird

$$\begin{aligned} s_{3X} &= s_{1X} + (\rho - \delta) g d\sigma \frac{\beta}{r_0} \sin 2\varphi \int_{-h_J}^0 h dh \\ &= \left[ h_E \delta g d\sigma \frac{\beta}{2} \frac{h_E}{r_0} + (\rho - \delta) \frac{\beta}{2} \frac{h_J}{r_0} g d\sigma h_J \right] \sin 2\varphi \quad \dots \quad (46) \end{aligned}$$

Während die Fälle 1 und 2 die Extremwerte liefern, entspricht der Annahme 3 die wahrscheinlichste Lösung. Führen wir nun die Bedingung dafür ein (41), daß Isostasie herrscht, so wird in den drei Fällen

$$s_X = h_E \delta g d\sigma \frac{\beta}{2} \frac{h_E}{r_0} \sin 2\varphi + \left\{ \begin{array}{l} 1) 0 \\ 2) h_E \delta g d\sigma n \sin 2\varphi \\ 3) \frac{\beta}{2} \frac{h_E}{r_0} \frac{\delta}{\rho - \delta} g d\sigma h_E \sin 2\varphi \end{array} \right\} \quad \dots \quad (47)$$

und nach Einführen der Gewichte  $P$  unter Berücksichtigung von (43)

$$s_X = \frac{\rho - \delta}{\rho} \frac{\beta}{2} \frac{h_E}{r_0} P_C \sin 2\varphi + \left\{ \begin{array}{l} 1) 0 \\ 2) \frac{\rho - \delta}{\rho} n P_C \sin 2\varphi \\ 3) \frac{\rho - \delta}{\rho} \frac{\beta}{2} \frac{h_J}{r_0} P_C \sin 2\varphi \end{array} \right\} \quad \dots \quad (48)$$

Bezeichnen wir die Faktoren von  $P_C$  in den drei Fällen mit  $F_1$  bzw.  $F_2$  und  $F_3$ , setzen also

$$\begin{aligned} F_1 &= \frac{\rho - \delta}{\rho} \frac{\beta}{2} \frac{h_E}{r_0} \sin 2\varphi & \text{so wird: } s_1 &= F_1 P_C \\ F_2 &= \frac{\rho - \delta}{\rho} \left[ \frac{\beta}{2} \frac{h_E}{r_0} + n \right] \sin 2\varphi & s_2 &= F_2 P_C \\ F_3 &= \frac{\rho - \delta}{\rho} \frac{\beta}{2} \frac{h_E + h_J}{r_0} \sin 2\varphi & s_3 &= F_3 P_C \end{aligned} \quad \dots \quad (49)$$

Zur Berechnung von  $F_1$ ,  $F_2$  und  $F_3$  müssen wir Annahmen über  $\delta$ ,  $\rho$ ,  $h_E$  und  $h_J$  machen. Wir betrachten (abweichend von WAVRE) folgende Werte als am wahrscheinlichsten:

$$h_E = 5 \text{ km} \quad h_J = 45 \text{ km} \quad \rho = 2,8$$

und finden dann nach (41) in guter Übereinstimmung mit direkten Beobachtungen der Dichte des Materials im Boden des Pazifischen Ozeans, die etwa 3,1 beträgt,  $\rho - \delta = 0,3$ .

Ferner ist mit genügender Annäherung

$$\beta = 0,00529 \quad r_0 = 6376 \text{ km} \quad n = 1 : 298.$$

Es ergibt sich dann

$$F_1 = \frac{\sin 2 \varphi}{4\,800\,000} \quad F_2 = \frac{\sin 2 \varphi}{3\,000} \quad F_3 = \frac{\sin 2 \varphi}{480\,000}.$$

$F_1$  gibt den Einfluß des Teiles der Kontinentalmasse an, der über den Untergrund aufragt; er beträgt unter unseren Annahmen nur ein Zehntel des vermutlichen Gesamteinflusses, den  $F_3$  darstellt. Im übrigen zeigen die Beziehungen im Prinzip das gleiche, was wir schon an Hand der von EPSTEIN abgeleiteten Gleichungen gefunden hatten; es ergibt sich auch die gleiche Größenordnung für die Polfluchtkraft. Andererseits erkennen wir aus (49), daß die Unsicherheit der Dichtedifferenz ( $\rho - \delta$ ) die Hauptfehlerquelle der Rechnung bildet, daneben noch die Dicke  $h_J + h_E$  der Kontinentalschollen. Neben diesen spielen die theoretischen Vernachlässigungen, wie WAVRE gezeigt hat, keine große Rolle.

Die Integration über eine Zone zwischen den Meridianen  $\lambda$  und  $\lambda + d\lambda$  ergibt analog (31) einen Faktor ( $\cos^3 \varphi_1 - \cos^3 \varphi_2$ ). Die maximale Kraft, die zwei am Äquator aneinander stoßende Kontinente aufeinander ausüben, wäre nach der genaueren Rechnung auf Grund der zuletzt abgeleiteten Formeln von der Größenordnung 5 bis  $10 \cdot 10^6$  Dyn entsprechend dem Druck, den eine 25 m hohe Gesteinssäule auf ihre Unterlage ausübt.

Neben den Polfluchtkräften spielen die Kräfte, mit welchen die Kontinente sich gegenseitig anziehen (Gravitationskräfte), keine merkliche Rolle.

**§ 4. Westdriftkräfte, insbesondere Kräfte, die von Gezeiten herrühren.** Durch die Gezeitenkräfte werden nicht nur in den Wassermassen, sondern auch in der festen Erdkruste durch Sonne und Mond je zwei Flutberge erzeugt, welche die Erde von Osten nach Westen umkreisen. (Näheres in Band I des Handbuches.) Hierbei treten Kräfte auf, welche die Erdoberfläche nach Westen zu bewegen suchen und zwar um so stärker, je näher der betreffende Punkt zum Äquator liegt. Am Pol sind diese Kräfte Null, wie man ohne weiteres einsieht. Eine genauere Untersuchung über ihre Größe rührt von G. H. DARWIN<sup>1)</sup> her. Wir beschränken uns auf die Wirkung des Mondes und nehmen an, daß sich dieser in der Äquatorebene bewegt, und daß die Erde eine Kugel ist.

Seien  $a$  der mittlere Erdradius,

$\rho$  die Dichte nahe der Erdoberfläche,

$g$  die Schwere,

$\sigma$  die Höhe der elastischen Gezeiten, eine Flächenkugelfunktion von der Ordnung 2,

so ist die jeweilige Entfernung eines Punktes der Erdoberfläche vom Erdmittelpunkt gegeben durch  $r = a + \sigma$ . Die Koordinaten des Punktes seien  $\varphi$  und  $\lambda$ . Wir betrachten nun ein Elementarprisma mit der Masse  $\Delta m$ , das durch die Flächen  $\varphi, \varphi + \Delta \varphi$  sowie  $\lambda, \lambda + \Delta \lambda$  begrenzt ist. Wie DARWIN zeigte, gelten in diesem Falle folgende Beziehungen unter dem Einflusse eines äußeren störenden Potentials  $V$ :

im Meridian

$$\Delta m \left( -\frac{g}{a} \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} + \frac{3}{5} \frac{g}{a} \frac{\partial \sigma}{\partial \varphi} + \frac{\partial V}{a \partial \varphi} \right) = \frac{\Delta m}{a} \frac{\partial \left( V - \frac{2}{5} g \sigma \right)}{\partial \varphi} \quad \dots \quad (50)$$

<sup>1)</sup> Problems connected with the tides of a viscous spheroid. Phil. Transact. London 170, II, 539, 1880.

senkrecht zum Meridian

$$\Delta m \left( -\frac{g}{a \sin \varphi} \frac{\partial \sigma}{\partial \lambda} + \frac{3g}{5a \sin \varphi} \frac{\partial \sigma}{\partial \lambda} + \frac{\partial V}{a \sin \varphi \partial \lambda} \right) = \frac{\Delta m}{a \sin \varphi} \frac{\partial \left( V - \frac{2}{5} g \sigma \right)}{\partial \lambda} \quad (51)$$

Zur Abkürzung schreiben wir

$$\beta = \frac{2g}{5a} \quad . . . . . \quad (52)$$

Sei  $V = r^2 S$ , wo  $S$  eine Flächenkugelfunktion ist, so ist an der Oberfläche  $V = a^2 S$ . Nehmen wir noch an, daß sich unser Elementarprisma auf der Flächeneinheit aufbaut, so wird  $\Delta m = \rho \sigma$ , und die Tangentialspannungen  $T$  in den Richtungen im Meridian (Index  $N$ , Nord-Süd) und senkrecht dazu (Index  $E$ ) lauten unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung

$$T_N = \rho a^2 \frac{\sigma}{a} \frac{\partial \left( S - \frac{\beta \sigma}{a} \right)}{\partial \varphi} \quad . . . . . \quad (53)$$

$$T_E = \rho a^2 \frac{\sigma}{a \sin \varphi} \frac{\partial \left( S - \frac{\beta \sigma}{a} \right)}{\partial \lambda} \quad . . . . . \quad (54)$$

Wir wenden nun diese Beziehungen auf das gezeitenerzeugende Potential  $\Pi$  des Mondes an.  $\Pi$  ist gegeben durch

$$\left. \begin{aligned} \Pi &= \tau r^2 \left[ \sin^2 \varphi \cos^2 (\lambda - \omega t - \varepsilon) - \frac{1}{3} \right] \\ &= \frac{1}{2} \tau r^2 \left( \frac{1}{3} - \cos^2 \varphi \right) + \frac{1}{2} \tau r^2 \sin^2 \varphi \cos 2 (\lambda - \omega t - \varepsilon) \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

wo

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{m}{c^3}$$

$\omega$  = Winkelgeschwindigkeit der Erde,

$m$  = Mondmasse in astronomischen Einheiten,

$c$  = Abstand des Mondes von der Erde,

$\varepsilon$  = Phasenverschiebung der Flut gegenüber dem Gestirn.

Das erste Glied in (55) ist unabhängig von der Zeit  $t$  und kann in unserem Falle vernachlässigt werden. Wir setzen dementsprechend für die Oberfläche

$$S = \frac{V}{a^2} = \frac{1}{2} \tau \sin^2 \varphi \cos 2 (\lambda - \omega t - \varepsilon) \quad . . . . . \quad (56)$$

Da nach DARWIN<sup>1)</sup> für die hierdurch erzeugten elastischen Gezeiten

$$\frac{\sigma}{a} = \frac{1}{2} \frac{\tau}{\beta} \cos 2 \varepsilon \sin^2 \varphi \cos 2 (\lambda - \omega t), \quad . . . . . \quad (57)$$

erhalten wir aus (53) und (54)

$$T_N = \rho a^2 \frac{\tau^2}{8 \beta} \sin 4 \varepsilon \sin^3 \varphi \cos \varphi \sin 4 (\lambda - \omega t) \quad . . . . \quad (58)$$

$$T_E = \rho a^2 \frac{\tau^2}{8 \beta} \sin 4 \varepsilon \sin^3 \varphi [1 - \cos 4 (\lambda - \omega t)] \quad . . . . \quad (59)$$

<sup>1)</sup> On the bodily tides of viscous and semi-elastic spheroids . . . , Philos. Transact. London, Part I, 1879, Section 5.

Es ergeben sich also einmal periodische Schwankungen der Spannungen, welche dem Glied mit  $(\lambda - \omega t)$  entsprechen, und die uns bei unserem Problem nicht interessieren. Daneben besitzen aber die ost-westlich gerichteten Spannungen ein unperiodisches Glied  $W$ :

$$W = \frac{\rho a^2 \tau^2 \sin 4\varepsilon \sin^3 \varphi}{8\beta} \quad \dots \quad (60)$$

Das Gesamtmoment dieser unperiodischen Spannungsteile um die Erdachse erzeugt die gesuchte Westdrifkraft mit dem Moment  $N$ :

$$N = \frac{\rho a^2 \tau^2 \sin 4\varepsilon}{8\beta} \iint \sin^3 \varphi \cdot a \sin \varphi \cdot a^2 \sin \varphi \, d\varphi \, d\lambda = \frac{4\pi \rho a^5 \tau^2}{15\beta} \sin 4\varepsilon. \quad (61)$$

Nun gilt für das mittlere Trägheitsmoment  $C$  der Erde

$$C = \frac{8}{15} \pi \rho a^5. \quad \dots \quad (62)$$

Somit ist

$$\frac{N}{C} = \frac{\tau^2}{2\beta} \sin 4\varepsilon. \quad \dots \quad (63)$$

Benutzt man rechtwinkliche Koordinaten  $x, y, z$  ( $z$  in Richtung der Rotationsachse), so ergeben sich folgende Komponenten der durch  $N$  bewirkten Tangentialspannungen in der Oberfläche:

$$T_x = -\frac{1}{4} \rho a^2 \frac{N}{C} \sin^3 \varphi \sin \lambda \quad T_y = \frac{1}{4} \rho a^2 \frac{N}{C} \sin^3 \varphi \cos \lambda \quad T_z = 0 \quad (64)$$

und folgende Komponenten der Kraft:

$$K_x = \rho y \frac{N}{C} \quad K_y = -\rho x \frac{N}{C} \quad K_z = 0 \quad \dots \quad (65)$$

Sind  $X, Y, Z$  die Komponenten der Fließgeschwindigkeit im Punkte  $x, y, z$ , und  $\nu$  der Viskositätskoeffizient, so erhält man angenähert folgende Bewegungsgleichungen, wobei wie üblich zur Abkürzung gesetzt ist

$$\left. \begin{aligned} \nabla^2 a &= \frac{\partial^2 a}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 a}{\partial z^2} \\ -\frac{\partial p}{\partial x} + \nu \nabla^2 X + \rho \frac{N}{C} y &= 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial y} + \nu \nabla^2 Y - \rho \frac{N}{C} x &= 0 \\ -\frac{\partial p}{\partial z} + \nu \nabla^2 Z &= 0 \\ \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \quad (66)$$

Als Lösungen ergeben sich, wie DARWIN eingehend zeigte,

$$\left. \begin{aligned} X &= -\frac{\rho}{8\nu} \frac{N}{C} r^3 \sin^3 \varphi \sin \lambda \\ Y &= \frac{\rho}{8\nu} \frac{N}{C} r^3 \sin^3 \varphi \cos \lambda \\ Z &= 0 \end{aligned} \right\} \dots \quad (67)$$

d. h. die Teilchen beschreiben Kreise um die Erdachse mit der

$$\text{Geschwindigkeit } v = \frac{\rho}{8\nu} \frac{N}{C} r^3 \sin^3 \varphi \quad . . . . . (68)$$

$$\text{Winkelgeschwindigkeit } \Omega = \frac{\rho}{8\nu} \frac{N}{C} r^2 \sin^2 \varphi \quad . . . . . (69)$$

Die Längenänderung eines Punktes ist somit

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{\rho a^2}{8\nu} \frac{N}{C} \cos^2 \varphi = \frac{19}{20} \left( \frac{\tau}{\beta} \cos 2\varepsilon \right)^2 \omega \cos^2 \varphi \quad . . . . . (70)$$

da nach (63)

$$\frac{N}{C} = \frac{\tau^2}{\beta} \sin 2\varepsilon \cos 2\varepsilon \quad . . . . . (71)$$

$$\text{und (nach DARWIN, Fußnote S. 18)} \quad \operatorname{tg} 2\varepsilon = \frac{2}{5} \frac{19\nu\omega}{\beta\rho a^2} \quad . . . . . (72)$$

$\Delta \lambda_{max}$  (am Äquator,  $\varphi = 0$ ) ist somit gegeben durch

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{19}{20} \left( \frac{\tau}{\beta} \cos 2\varepsilon \right)^2 \omega \quad . . . . . (73)$$

wo

$$\tau = \frac{3}{2} \frac{m}{c^3} \quad \beta = \frac{2g}{5a}$$

$m$  = Mondmasse in astronomischem Maß,

$c$  = Entfernung Mond — Erde,

$g$  = Schwerebeschleunigung,

$a$  = Erdradius,

$\omega$  = Winkelgeschwindigkeit der Erde.

Für die Praxis leitete DARWIN eine weitere Beziehung ab. Ist

$n$  = Rotationsdauer der Erde,

$l$  = Rotationsdauer des Mondes,

bedeutet ferner der Index 0 den betr. Wert zur Ausgangszeit ( $t = 0$ ), und ist

$$\xi = \left( \frac{l_0}{l} \right)^{\frac{1}{3}} \quad . . . . . (74)$$

dann ist nach DARWIN<sup>1)</sup>

$$\frac{n}{n_0} = 1 + \mu (1 - \xi) \quad . . . . . (75)$$

wo  $\mu$  eine Konstante ist, die von  $n$  und  $l$  abhängt und zur Zeit etwa 4 beträgt.

Aus (75) folgt

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\mu n_0 \frac{\partial \xi}{\partial t} \quad . . . . . (76)$$

Die Gleichung der Gezeitenreibung lautet

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{N}{C} \quad . . . . . (77)$$

Aus (76) und (77) folgt

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \frac{N}{n_0 C} \quad . . . . . (78)$$

<sup>1)</sup> On the Precession of a viscous spheroid . . . , Philos. Transact. London 1879.

Nach (70) ist

$$\frac{\partial \lambda}{\partial t} = \frac{\rho a^2 N}{8 \nu C} \cos^2 \varphi \quad . . . . . (79)$$

aus (78) und (79) ergibt sich somit

$$\frac{\partial \lambda}{\partial \xi} = \mu n_0 \frac{\rho a^2}{8 \nu} \cos^2 \varphi \quad . . . . . (80)$$

$$\Delta \lambda = \mu n_0 \frac{\rho a^2}{8 \nu} (\xi - 1) \cos^2 \varphi \quad . . . . . (81)$$

Setzt man  $\nu$  aus (72) ein, so ergibt sich in Bogengraden

$$\Delta \lambda = \frac{180}{\pi} \mu n_0 \frac{19}{20} \frac{\omega_0}{\beta} (\xi - 1) \cot 2 \varepsilon_0 \cos^2 \varphi \quad . . . . . (82)$$

Unter Verwendung von plausiblen Werten berechnete DARWIN hieraus für die verflossenen 46 Millionen Jahre  $\Delta \lambda = 19' \cos^2 \varphi$ , also selbst am Äquator wäre die Längenänderung kaum merklich. Aus Gleichung (73) folgt, daß  $\Delta \lambda$  umgekehrt proportional  $c^6$  ist, also der 6. Potenz der Entfernung Erde—Mond. Da nun diese nach der Gezeitentheorie früher kleiner gewesen sein dürfte, muß  $\Delta \lambda$  entsprechend größer gewesen sein, und zwar berechnete A. PREY<sup>1)</sup> nach den oben angegebenen Beziehungen folgende Werte:

vor Jahren:	Längenänderung in Grad pro Jahr, zu multiplizieren mit $\cos 2 \varepsilon \cdot \cos^2 \varphi$
0	$5 \cdot 10^{-10}$
$46 \cdot 10^6$	$4 \cdot 10^{-8}$
$56,6 \cdot 10^6$	$2 \cdot 10^{-6}$

wobei für  $2 \varepsilon$  folgende Werte gelten, falls der Viskositätskoeffizient  $\nu$  gegeben ist:

$\nu$ CGS	$2 \varepsilon$	$\cos 2 \varepsilon$
$10^{13}$	$0^\circ 13'$	1,00
$10^{15}$	2 10	1,00
$10^{16}$	20 10	0,94
$10^{17}$	75 01	0,26
$10^{18}$	88 28	0,03

Für das Material der Erdkruste liegt  $\nu$  im allgemeinen zwischen  $10^{16}$  und  $10^{18}$ . Man erkennt, daß in früheren Zeiten recht beträchtliche Längenänderungen möglich waren. Heute zeigen jedoch die Beobachtungen (vgl. Band I des Handbuches), daß die elastischen Gezeiten der Erde innerhalb der Beobachtungsgenauigkeit zu der Zeit eintreffen, zu der sie für eine völlig starre Erde zu erwarten wären, d. h.  $2 \varepsilon$  ist zurzeit nicht allzu weit von  $90^\circ$  entfernt, was auch nach den beobachteten Werten von  $\nu$  zu erwarten ist.

Andererseits zeigen astronomische Beobachtungen, daß anscheinend eine geringe Verzögerung der Erdrotation stattfindet<sup>2)</sup>, die allerdings durch andere Ursachen gestört wird. Wie groß diese Verzögerung an verschiedenen Punkten ist, ließ sich noch nicht feststellen. Jedenfalls entstehen durch die Gezeitenkräfte auch heute noch Spannungen in der Erdkruste, die noch dadurch an Bedeutung gewinnen, daß die Wirkung der Kräfte und damit auch die durch sie hervorgerufenen Bewegungen eine Funktion der geographischen Breite sind und dadurch die ganze Erdoberfläche zu deformieren suchen.

<sup>1)</sup> Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, 4, 66, 1925.

<sup>2)</sup> Vgl. z. B.: B. MEYERMANN, Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften, 7, 92, 1928 sowie Band I des Handbuches.



Auf die Möglichkeit einer weiteren „Westdriftkraft“ hat W. SCHWEYDAR aufmerksam gemacht<sup>1)</sup>. Eine genaue Ableitung wurde bisher nicht veröffentlicht. Die Kraft soll auftreten, wenn Verschiebungen der Kontinente bei der Präzession der Erdachse möglich sind. In diesem Falle besitzt ein Kontinent eine eigene Umdrehungsachse, deren Präzession z. B. für einen Kontinent, der zwischen den Breitengraden  $-30^\circ$  und  $+40^\circ$  sowie den Meridianen  $0^\circ$  und  $40^\circ$  liegt, nach SCHWEYDARS Rechnung etwa 220mal so groß ist wie die Präzession der Erdachse. Der Kontinent hat das Bestreben, um eine Achse zu rotieren, die von der allgemeinen Rotationsachse etwas abweicht. Hierdurch entstehen Kräfte, die sowohl in meridionaler Richtung wie nach Westen gerichtet sind und den Kontinent zu verschieben suchen. Die meridionalen Kräfte sind ähnlich wie bei den Gezeitenkräften periodisch, dagegen bleiben nach SCHWEYDAR Westdriftkräfte übrig, die allerdings anscheinend sehr klein und praktisch ohne Bedeutung sind. Eine genauere Rechnung fehlt noch.

Dagegen sucht sich der ganze Kontinentalblock nach allen Seiten auszuweiten, denn wenn auch in größerer Tiefe angenähert hydrostatisches Gleichgewicht herrscht — man bezeichnet diese Tatsache als „Isostasie“ —, so trifft dies doch nicht für die obersten 50 km der Erdkruste zu. Diese sucht sich zweifellos in hydrostatisches Gleichgewicht einzustellen; die dabei auftretenden Kräfte suchen die höheren Teile der Erdkruste, also insbesondere die Kontinente, auszubreiten; anderseits müssen dann im Untergrunde entsprechende Ausgleichsbewegungen stattfinden. Der hydrostatische Überdruck  $p$ , den ein prismatischer Kontinent (Dichte  $\rho$ , Höhe  $h$  über der Simaoberfläche) erzeugt, nimmt von  $o$  an der Oberfläche bis zum Wert  $p_M$  in Höhe des Simabodens zu und dann wieder auf  $o$  (an der Basis) ab. Ist das Sima mit Wasser bedeckt, so ergibt sich für die maximale Kraft, welche den Kontinent über das Sima auszudehnen sucht  $p_M = gh(\rho - 1)$ . Für  $h = 5$  km,  $\rho = 3$  wird  $p_M = 10^9$  Dyn/cm<sup>2</sup>. Als Gegenkraft wirkt der Fließwiderstand  $F$ . Ist  $p > F$ , so beginnt der Kontinent an der betreffenden Stelle zu fließen und sich über das Sima auszubreiten.

**§ 5. Kräfte durch Polbewegungen.** Da die Untersuchung des Zusammenhanges zwischen Erdbeben und Polschwankungen Anzeichen dafür ergeben hatte, daß gelegentlich die Auslösung von Beben durch Kräfte erfolgt, die im Zusammenhang mit Polschwankungen stehen (vgl. Band 4 des Handbuchs), hatte man schon relativ frühzeitig<sup>2)</sup> begonnen, die durch Polhöenschwankungen hervorgerufenen Kräfte zu untersuchen. Das Verdienst, die Bedeutung dieses Problems zuerst erkannt zu haben, gebührt zweifellos R. SPITALER, dessen Rechnungen dann von W. SCHWEYDAR und T. KRAVETZ berichtigt wurden, während anderseits nach den Untersuchungen von V. CONRAD<sup>3)</sup> ein Zusammenhang zwischen Erdbeben und Polwanderungen in manchen Fällen vorhanden zu sein scheint.

<sup>1)</sup> Zeitschrift der Gesellschaft für Erdkunde, Berlin 1921, S. 120.

<sup>2)</sup> Literatur: R. SPITALER, Die Achsenschwankungen der Erde als Ursache der Auslösung von Erdbeben. Wiener Berichte, 122, 479, 1913. — W. SCHWEYDAR, Notiz zu der Abhandlung von R. SPITALER... Gerlands Beitr. z. Geophysik, 13, 53, 1913. — R. SPITALER, Zur Notiz von R. SCHWEYDAR... Ebenda 13, 137, 1914. — R. SPITALER, Die Erdbeben... durch die Polhöenschwankungen. Zeitschr. f. Geophysik, 1, 113, 1926. — Derselbe. Ebenda 2, 191, 1926. — T. KRAVETZ. Ebenda 3, 221, 1927. — R. SPITALER, Beziehungen zwischen Erdbeben und Gebirgsfaltung. Gerlands Beitr. z. Geophysik, 17, 243, 1927. — Derselbe, Horizontale Druckkräfte infolge der Achsenschwankung der Erde. Ebenda 20, 388, 1928. — W. D. LAMBERT, Proc. 3<sup>rd</sup> Pan Pacific-Sc.-Congress, 1926, S. 1517.

<sup>3)</sup> Gerlands Beitr. z. Geophysik, 18, 247, 1927.

Zunächst betrachten wir die *Kräfte, welche von der Änderung der Erdgestalt bei Polbewegungen* herrühren. Mit KRAVETZ nehmen wir an, daß die Erdachse  $OO$  (Fig. 5) durch die Polbewegung in die Lage  $O_1O_1$  gekommen sei. Die Erde strebt nun danach, sich in die neue Lage einzustellen. Dabei erfahren bei unserm Schnitt durch die Erde die Teile zwischen  $A$  und  $C$  sowie zwischen  $D$  und  $B$  Dehnungen, die übrigen Stauchungen. Zur Berechnung der Kräfte ziehen wir in einem Punkte der ursprünglichen Oberfläche eine Normale, welche die neue Oberfläche in der Entfernung  $\Delta z$  schneidet.  $\Delta z$  ist also die vertikale Verrückung. KRAVETZ findet hierfür

$$\Delta z = -\frac{r_0 \sin 2\psi}{2} \alpha [\sin 2\varphi \cos \lambda + (\cos^2 \varphi \cos^2 \lambda - \sin^2 \varphi) \operatorname{tg} \psi] \quad (83)$$

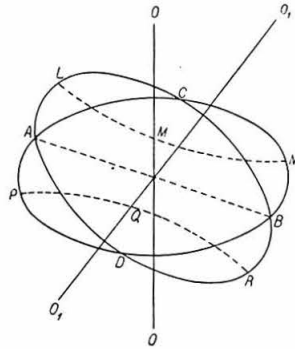


Fig. 5

Bei kleinen Polwanderungen  $\psi$  ist die Entfernung  $z$  eines Punktes der Erde vom Mittelpunkt unter Vernachlässigung von Gliedern höherer Ordnung

$$z = r_0 \cos \lambda (1 - \alpha \sin^2 \varphi + \dots),$$

also

$$\Delta z = r_0 \psi'' \alpha \sin 2\varphi \cos \lambda \sin 1'' \dots \dots \dots (84)$$

wo  $\alpha$  = Abplattung = 1:298,  $\varphi$  = Breite des Ortes,  $\lambda$  = Länge, gerechnet gegen den Meridian der Polverschiebung,  $r_0$  = Erdradius. Bei den Polschwankungen ist im Maximum  $\psi$  = etwa  $0,3''$ , also  $\Delta z$  = etwa 3 cm. KRAVETZ berechnete weiter, daß diese Bewegung etwa von der gleichen Größenordnung ist wie die durch eine Luftdruckänderung von 4 mm Quecksilber hervorgerufene. Die durch die Deformation bei Änderung der Pollage durch Polschwankungen hervorgerufenen Kräfte sind also sehr klein.

Die Beschleunigung  $\gamma$  der in dem Meridian der Polbewegung liegenden Punkte berechnete W. SCHWEYDAR (a. a. O.) zu

$$\gamma = -\frac{A - C}{C} \frac{4\pi^2}{T^2} r_0 \psi \dots \dots \dots (85)$$

wo  $A$  und  $C$  die Hauptträgheitsmomente der Erde sind,  $T$  die Umdrehungszeit der Erde und  $\psi$  die Polverschiebung. Es ist also

$$\gamma_{Max} = \frac{\Delta z_{Max}}{\alpha} \frac{A - C}{C} \frac{4\pi^2}{T^2} = \text{etwa} \frac{4\pi^2 \Delta z}{T^2} \dots \dots \dots (86)$$

setzt man wieder  $\Delta z_{Max} = 3$  cm, ferner  $T = 86164$  sec, so ergibt sich  $\gamma_{Max} = 1\frac{1}{2} \cdot 10^{-8}$  cm sec $^{-2}$ . Die hierdurch erzeugten Kräfte sind selbst bei großen Massen relativ klein.

Anders werden die Verhältnisse, wenn wir *Polwanderungen* betrachten, welche wahrscheinlich im Laufe geologischer Epochen stattgefunden haben. Man sieht ohne weiteres ein, daß dann erhebliche Änderungen der Radien nach

den verschiedenen Punkten der Erde stattgefunden haben müssen. Bei einer Polwanderung um  $15^\circ$  ist nach (84) für einen Punkt im Meridian der Polbewegung ( $\lambda = 0$ ) und in der geozentrischen Breite  $\varphi = 37,5^\circ$  die Höhenänderung  $\Delta z = 6,1$  km. Diese Bewegungen rufen natürlich nicht „Gebirge“ hervor, da es sich nur um Deformationen der Niveauflächen handelt. Es müssen dabei aber erhebliche Spannungen entstehen, die unter tektonischen Vorgängen ihre Lösung finden, und demnach in Epochen großer Polwanderungen auch starke Gebirgsbildungen auftreten und zwar in erster Linie in der Umgebung des Meridians (Großkreis), in welchem die Polbewegung vor sich ging. Diese Tatsachen sind für die Veränderungen der Erdkruste (vgl. den Abschnitt Geotektonische Hypothesen) von großer Bedeutung.

Neben den Kräften, welche durch die Veränderung der Erdgestalt bei Polbewegungen entstehen, rufen aber auch die Änderungen der Rotationsgeschwindigkeit der einzelnen Punkte der Erdkruste Kräfte hervor. Insbesondere hat SPITALER den Anteil untersucht (a. a. O.), welcher durch die Änderung der Fliehbeschleunigung bewirkt wird.

Die Fliehbeschleunigung in einem Punkte der Erde ist

$$f = \omega^2 r_0 \cos \varphi \quad \dots \dots \dots (87)$$

$$\omega = \text{Winkelgeschwindigkeit der Erde} = \frac{2\pi}{T} = 0,000\,072\,92 \text{ sec}^{-1}$$

$\varphi$  = Breite des Ortes.

Die Änderung von  $f$  bei Verlagerung des Poles um  $\Delta\varphi = \psi$  wird

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = -\omega^2 r_0 \sin \varphi \quad \Delta f = -\omega^2 \psi r_0 \sin \varphi, \text{ falls } \psi \text{ klein ist.}$$

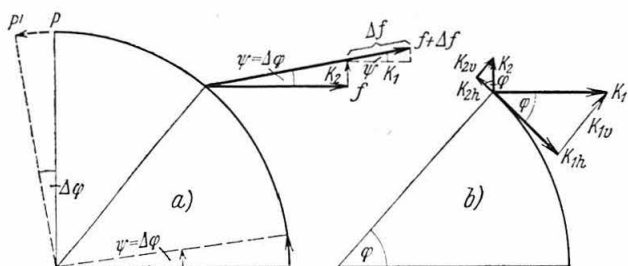


Fig. 6

Die Beschleunigung verläuft nun aber nicht mehr in der alten Richtung, sondern sie bildet mit dieser in erster Annäherung den Winkel  $\Delta\varphi = \psi$ . Wir erhalten somit eine Komponente  $K_1$  der Änderung der Beschleunigung, die radial gerichtet ist, also parallel der Äquatorebene, und eine Komponente  $K_2$  senkrecht hierzu. Für kleine  $\psi$  ist (vgl. Fig. 6a)

$$K_1 = \Delta f \cos \psi = \text{etwa } \Delta f = -\omega^2 \psi r_0 \sin \varphi \quad \dots \dots \dots (88)$$

$$K_2 = f \sin \psi = \omega^2 \psi r_0 \cos \varphi \quad (\text{nach 87}) \quad \dots \dots \dots (89)$$

Zerlegt man beide in eine Komponente horizontal (Index  $h$ ) und vertikal ( $v$ ) zur Erdoberfläche in dem vorgegebenen Ort, so wird (vgl. Fig. 6b)

$$K_{1h} = K_1 \sin \varphi = -\omega^2 \psi r_0 \sin^2 \varphi$$

$$K_{2h} = K_2 \cos \varphi = +\omega^2 \psi r_0 \cos^2 \varphi$$

und hiernach

$$K_h = K_{1h} + K_{2h} = \omega^2 \psi r_0 \cos 2\varphi \quad \dots \dots \dots (90a)$$



in der Zeit  $\Delta t$ , so ist die Beschleunigung  $b$  eines Punktes der Erdoberfläche gegeben durch

$$b = \frac{\Delta \omega r_0 \cos \varphi}{\Delta t} \dots \dots \dots (94)$$

Nimmt man für die Umdrehungszeit der Erde eine maximale Änderung von 1 sec im Jahre an, also von etwa  $1:3 \cdot 10^7$ , so wird  $\Delta \omega = \text{etwa } -2 \cdot 10^{-12} \text{ sec}$  und  $-b = \text{etwa } 0,0013 \cos \varphi \text{ cm/sec}^2$ , also etwa  $1:10^6$  der Schwere.

Die Wirkung der *Änderung der Fliehbeschleunigung bei der Änderung der Erdrotation* ist noch weniger merklich. Es ist

$$f = \omega^2 r_0 \cos \varphi \quad \frac{\partial f}{\partial \omega} = 2 \omega r_0 \cos \varphi \dots \dots \dots (95)$$

$-\Delta f = \text{etwa } 2 \cdot 10^{-6} \cos \varphi \text{ cm/sec}^2$ , also etwa  $2:10^9$  der Schwere. Dagegen ändert sich bei stärkerer Änderung der Rotationsgeschwindigkeit die Gestalt der Erde, wobei erhebliche Kräfte wirksam werden können, etwa von gleicher Größenordnung wie bei Verlagerung der Erdachse, doch sind derartige Änderungen zum mindesten in der zweiten Hälfte der geologischen Epochen kaum sehr groß gewesen. JEFFREYS schätzt die hierdurch bedingte Veränderung des Erdäquators auf etwa 18 km seit 1600 Millionen Jahren, wovon der größte Teil auf den Beginn dieses Zeitraums entfällt.

## Kapitel 2

### Lokal wirkende Kräfte

§ 7. **Kräfte durch Luftdruckänderungen.** Mit die größten an der Erdoberfläche vorkommenden Druckänderungen bewirkt der Luftdruck. Allerdings ändern diese Kräfte in relativ kurzen Zeiten Größe und Richtung; andererseits tritt keine Summierung der Kräfte ein, da diese in erster Annäherung nur vertikal gegen die Erdoberfläche wirken. Eine Untersuchung der hierbei auftretenden Erdkrustenbewegungen hat G. H. DARWIN durchgeführt<sup>1)</sup>, dem wir überhaupt eine ganze Reihe von meist vergessenen Abhandlungen über die Bewegungen größerer Teile der Erdkruste durch die Wirkung von Kräften verdanken. Das Problem lautet allgemein: Über einem durch eine Ebene begrenzten Halbraum bewegen sich Wellen in der Richtung  $x$  (in der Ebene;  $z$  steht senkrecht zu ihr) von der Form

$$z = -h \cos \frac{x}{b}; \quad 2\pi b = \text{Wellenlänge.}$$

Sind  $\rho$  die Dichte der sich bewegenden Substanz,  $h$  ihre maximale Höhe,  $g =$  Schwerebeschleunigung,  $\mu =$  Rigideitskoeffizient des Halbraums, so gilt nach DARWIN<sup>2)</sup> an der Oberfläche für die Verschiebung  $w$  in Richtung  $z$

$$w = \frac{g \rho h}{2 \mu} b \cos \frac{x}{b} \quad \frac{\partial w}{\partial x} = -\frac{g \rho h}{2 \mu} \sin \frac{x}{b} \dots \dots \dots (97)$$

Es pflanzen sich also Wellen mit der gleichen Wellenlänge fort wie sie die Störung besitzt mit der doppelten Amplitude  $a$

$$a = \frac{g \rho h b}{2 \mu} \dots \dots \dots (98)$$

<sup>1)</sup> Philos. Magaz. (5), 14, 409, 1882, Nr. 90.

<sup>2)</sup> Philos. Transact. part II, 1882, S. 187ff.

In unserem Falle der Luftdruckwellen wäre für  $h$  die Barometeränderung (Maximum-Minimum) einzusetzen, und für  $\rho$  die Dichte des Quecksilbers, falls  $h$  in mm Hg gemessen wird. Setzt man  $h = 50$  mm,  $\rho = 13,6$ , so wird  $\rho \cdot h = 68$  gr. Setzen wir weiter  $\mu$  für die Erdkruste zu  $3 \cdot 10^{11}$  CGS, die Wellenlänge (doppelter Abstand Hochdruckkern — Tiefdruckkern)  $2\pi b = 4800$  km, also  $b =$  etwa  $0,8 \cdot 10^8$  cm, so wird  $a = 9$  cm, d. h. gleichzeitig mit den Luftdruckwellen laufen elastische Wellen mit Amplituden von 9 cm über die Erdoberfläche. Im Verlaufe des Vorüberzuges eines kräftigen Tiefdruckgebietes und des folgenden Hochdruckgebietes, also unter Umständen innerhalb von zwei Tagen, kann sich der Boden um bis zu 10 cm senken und wieder heben, in Ausnahmefällen sogar noch mehr.

Die Meeresfläche senkt sich erheblich mehr, unter unseren Annahmen über  $\frac{1}{2}$  m.

Die *maximale Neigungsänderung* des Bodens, also die Schwankung der Lotlinie ergibt sich aus (97) zu

$$\alpha'' = \frac{g h \rho}{2 \mu} \operatorname{cosec} 1'' \quad . . . . . (99)$$

Unter unseren Annahmen wird  $\alpha'' =$  etwa  $0,01''$ .

**§ 8. Kräfte bei physikalischen oder chemischen Vorgängen in der Erdkruste.** Wird durch irgendwelche Vorgänge der Druck, der im Erdinnern, insbesondere in der Erdkruste herrscht, geändert, so können chemische oder physikalische Vorgänge auftreten, bei welchen Kräfte frei werden. Insbesondere kann die Entwicklung von Gasen oder die Änderung des Aggregatzustandes von erheblichen Umwandlungen potentieller Energie in kinetische Energie begleitet sein. Diese Vorgänge, die für den Vulkanismus von größter Bedeutung sind, können nur sehr schwer und nur unter zahlreichen Voraussetzungen rechnerisch verfolgt werden. Ähnlich können Temperaturänderungen wirken.

**§ 9. Kräfte bei Niveauänderung von Schollen.** Werden Teile der Erdkruste gehoben oder gesenkt, so entstehen hierbei durch die Veränderung der Rotationsgeschwindigkeit west-östlich gerichtete Kräfte, deren mögliche Bedeutung für die Gebirgsbildung wohl zuerst O. BASCHIN<sup>1)</sup> erkannt hat. Ändert eine Scholle ihre Entfernung vom Erdmittelpunkt um die Höhe  $h$ , so wird die Änderung ihrer Geschwindigkeit

$$\Delta v = \omega r_2 \cos \varphi - \omega r_1 \cos \varphi = \omega h \cos \varphi . . . . . (100)$$

Nehmen wir z. B. an, eine Scholle hebt sich um 1 m im Jahrhundert, also 1 cm im Jahr, so wird ihre Beschleunigung  $b =$  etwa  $2 \cdot 10^{-12}$  cm/sec<sup>2</sup>. Die Kraft, welche auf eine Scholle von 1 km<sup>2</sup> in diesem Falle wirkt, ist demnach etwa 2000 Dyn, hat also selbst bei wesentlich größeren Schollen keine große Bedeutung.

BASCHIN untersuchte vor allem die Möglichkeit von Gebirgsbildung bei schnellen Höhenänderungen. Sei  $m$  die Masse der Scholle,  $m'$  die des dreieckig angenommenen Gebirges,  $h'$  dessen Höhe, so ist, falls ein Gebirge auf diese Weise gebildet worden wäre,

$$\frac{1}{2} m (\Delta v)^2 = \frac{1}{2} m' g h'.$$

Ist weiter  $d$  die Schollendicke,  $\rho$  deren Dichte,  $a$  ihre Seitenlänge,  $b$  die Breite des Gebirges, das ebenfalls die Länge  $a$  haben möge, so wird

$$\begin{aligned} m &= a^2 d \rho & m' &= \frac{1}{2} a b h' \rho & \frac{1}{2} a^2 d \rho (\Delta v)^2 &= \frac{1}{6} a b g h'^2 \rho \\ h' &= (\Delta v) \sqrt{\frac{3 a d}{b g}} = \omega h \cos \varphi \sqrt{\frac{3 a d}{b g}} = \text{etwa } 4 \cdot 10^{-6} h \cos \varphi \sqrt{\frac{a d}{b}} \end{aligned} \quad (101)$$

<sup>1)</sup> Die Naturwissenschaften, 11, 87, 1923.





in Ausnahmefällen bewirken die Gezeiten einen Überdruck von rund zwei Atmosphären auf den Meeresboden. Beobachtungen der Wirkungen dieser Druckänderungen liegen vielfach vor. Einmal zeigen die Seismometer bei hohem See-stand langsam vor sich gehende Bodenunruhe mit Perioden von mehreren Minuten (vgl. Band 4), dann treten in der Nähe der Küsten Bodenneigungen auf, die mit Pendeln beobachtbar sind (vgl. Fig. 7). Selbst in größeren Entfernungen von den Küsten sind die durch die Meeresgezeiten bewirkten Lotschwankungen noch meßbar. Für Freiberg i. Sa. fand z. B. W. SCHWEYDAR<sup>1)</sup> als Amplituden der Lotschwankung durch das halbtägige Mondglied der Meeresgezeiten  $0,0029''$ , die große Achse der Bewegung war etwa nach der Nordsee gerichtet. Ähnliches ergab sich für andere Beobachtungsstationen. R. TAKAHASI<sup>2)</sup> registrierte mit einem Neigungsmesser nicht nur die von den Gezeiten hervorgerufenen Neigungsänderungen, sondern sogar die durch Seiches hervorgerufenen Bewegungen. Er versuchte auch, das Problem theoretisch zu behandeln.

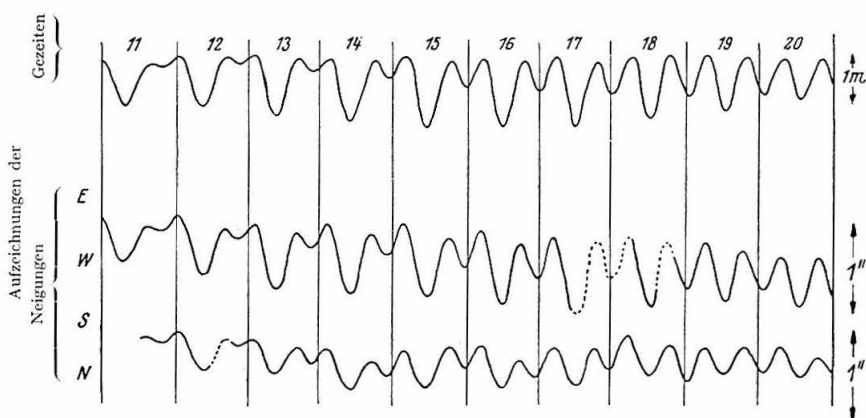


Fig. 7

Aufzeichnungen der Gezeiten (oben) und der Bodenneigungen in zwei Komponenten (unten) vom 11. bis 20. August 1928 bei Misaki (Japan). Beide Instrumente waren am Strande der Aburatubo-Bay aufgestellt, etwa 300 m voneinander entfernt.

Nach R. TAKAHASI aus „Bull. of the Earthquake Research Institute“, Tokyo, 6, 85, 1929

§ 12. Wirkungen von Abtragung, Sedimentation, Eisbildung und Abschmelzen von Eis, sowie von anderen Kräften. Die in der Überschrift dieses Paragraphen angeführten Vorgänge haben die Eigenschaft, daß sie im allgemeinen auf relativ kleine Teile der Erdkruste wirken, dort aber erhebliche Störungen des Gleichgewichtes hervorrufen können. Bei der meist langen Wirkungsdauer dieser Vorgänge können wir die Erde in erster Annäherung als plastisch ansehen und Vorhandensein von hydrostatischem Gleichgewicht voraussetzen. Die Beobachtungen zeigen, daß dies nur angenähert der Fall ist, daß in Wirklichkeit die Ausgleichsbewegungen nachhinken.

Im Falle der Abtragung muß sich bei genügend gleichartiger Beschaffenheit des Materials der Untergrund in der Tiefe gerade so viel heben unter Nachströmen von Material von der Seite, wie im Mittel über der Fläche entfernt

<sup>1)</sup> Veröffentl. des Zentralbüros der Int. Erdmessung, N. F. 38, Berlin 1921; vgl. auch G. H. DARWIN, Phil. Mag. 14, 416, 1882, Nr. 90.

<sup>2)</sup> Bulletin of the Earthquake Research Institute Tokyo, 6, 87, 1929 und 7, 95, 1929.

wurde. In den übrigen Fällen werde eine Schicht mit der Dicke  $d$  und der Dichte  $\rho$  dem Untergrund mit der Dichte  $\rho_0$  zugefügt (bzw. aus ihm entfernt). Zur Wiederherstellung des Gleichgewichtes ist bei Homogenität der beiden Schichten die Höhenänderung  $h$  der ursprünglichen Schicht gegeben durch

$$-h \rho_0 = d \rho \qquad h = -d \frac{\rho}{\rho_0} \dots \dots \dots (104)$$

Handelt es sich um Eisbelastung (oder Entlastung), so ist  $\rho_0 : \rho = \text{etwa } 1/3$ , somit  $h = \text{etwa } -1/3 d$ . Eine Bildung oder Verringerung einer Inlandeiskappe von 1000 m Höhe hat somit eine Änderung des Ursprungsniveaus (ohne Eis) der Erdoberfläche um etwa 300 m zur Folge. Ähnliches gilt für die Sedimentation. Hierbei ist jedoch zu berücksichtigen, daß das Sediment an Stelle des Wassers tritt, sein spezifisches Gewicht ist also um 1 zu verringern. Setzen wir dementsprechend in diesem Falle  $(\rho - 1) : \rho_0 = \text{etwa } 1/2$ , so wird  $h = -1/2 d$ , die ursprüngliche Oberfläche senkt sich bei Ablagerung einer derartigen Schicht von 1 km Dicke um 500 m, die neue Oberfläche liegt also dann 500 m höher als die ursprüngliche. Ähnliches gilt für die Wirkung der Aufschüttung größerer Lavamassen, doch ist dann für  $\rho$  wieder der volle Wert einzusetzen.

Außer den in den beiden Kapiteln besprochenen Kräften existieren neben manchen bekannten zweifellos noch viele unerkannte, von denen die eine oder andere möglicherweise recht große Bedeutung für die tektonischen Vorgänge besitzt. Zu den noch nicht erwähnten gehören vor allem die Gezeitenkräfte, welche in Band I des Handbuches behandelt werden. Sie bewirken unter anderem, daß sich zweimal innerhalb 24 Stunden die mehrfach erwähnten elastischen Gezeiten über jeden Punkt der Erde hinwegbewegen, bei denen sich die Erdkruste um Beträge von der Größenordnung von  $1/4$  bis  $1/2$  m hebt und senkt, also Bewegungen ausführt, welche die von uns für die anderen in diesem Kapitel besprochenen Kräfte gefundenen Wirkungen beträchtlich übersteigen.